E. Burbano García
R. Martín Blesa

PROBLEMAS de Química y Física

3.º B.U.P.

EDITORIAL LIBRERIA GENERAL • ZARAGOZA

NOTA DEL EDITOR

La Teoría para la resolución de estos problemas se encuentra desarrollada en el libro de 2.° y 3.° B. U. P. escrito por los mismos autores y editado por Librería General, S. A.

E. BURBANO GARCIA - R. MARTIN BLESA

Problemas
de
Química y Física

3.º B. U. P.

EDITORIAL LIBRERIA GENERAL • ZARAGOZA

I. S. B. N. 84-7078-059-X

Edita e imprime: Librería General. Independencia, 22. Zaragoza — 1978

Depósito legal: Z. 343 - 1978

Q U I M I C A

CAPITULO I

ESTRUCTURA ATOMICA

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Determinar la estructura del núcleo de los tres isótopos del uranio (masas atómicas: 234, 235 y 238). El número atómico de U es 92.

Solución:

El núcleo del isótopo 234 del uranio tendrá 142 neutrones y 92 protones.

El isótopo 235, tendrá 143 neutrones y 92 protones.

El del isótopo 238, tendrá 146 neutrones y 92 protones.

2. El radio atómico medio del helio vale 0,93 Å. (Puedes tomar 1 Å). Su núcleo es 10 000 veces más pequeño. Su masa atómica-gramo = 4 g. ¿Cuánto vale la densidad de la materia que integra su núcleo? Considera como despreciable la masa de los dos electrones.

Solución:

$$\boldsymbol{r} = 0{,}93\ \text{Å}$$
$$\boldsymbol{r}\,\text{núcleo} = \gamma \cdot 10^{-4}\ \text{Å} = 0{,}93 \cdot 10^{-4}\ \text{Å}$$

Un átomo-gramo = 4 g por tanto un átomo de helio tiene una masa de $4/6{,}02 \cdot 10^{23}$ y admitiendo que toda la masa está concentrada en el núcleo.

$$\text{V núcleo} = \frac{4}{3}\pi\gamma^3 = \frac{4}{3}\pi\,\overline{0{,}93}^{\,3} \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-24}\ \text{cm}^3$$

$$\text{densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = \frac{\dfrac{4}{6{,}02 \cdot 10^{+23}\ \text{g}}}{\dfrac{4}{3}\pi\,\overline{0{,}93}^{\,3} \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-24}\ \text{cm}^3} =$$

$$= \frac{3}{\pi \cdot 6{,}02 \cdot \overline{0{,}93}^{\,3}}\, 10^{13}\ \text{g/cm}^3 = 0{,}19 \cdot 10^{13}\ \text{g/cm}^3 = 19{,}93 \cdot 10^{11}\ \text{g/cm}^3$$

3. El número atómico de un elemento es $Z = 17$, ¿cómo está constituida su corteza? ¿Es metal o no metal? ¿Por qué?

Solución:

$$Z = 17$$

Capa K = 2 electrones
» L = 8 electrones
» M = 7 electrones

La tendencia de este elemento será tomar 1 electrón para completar su capa exterior y quedarse de este modo con 8 electrones.
Tiene por tanto carácter no metálico. Concretamente es el cloro.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Calcular el tanto por ciento de cada uno de los isótopos del cloro —masas atómicas 35 y 37— que entran a formar parte del cloro de masa atómica 35,5 (aproximadamente).
2. El núcleo de un átomo de carbono está compuesto de 6 protones y 6 neutrones; ¿cuáles son su masa atómica y su número atómico?
3. Si por un proceso «radiactivo» un átomo perdiese dos protones y dos neutrones, ¿cuáles serían su nueva masa atómica y su nuevo número atómico?
4. ¿Qué diferencia existe entre un átomo en su estado normal y un ión?
5. Indicad cuáles de las afirmaciones siguientes no son correctas:
   — Un átomo se transforma en ión positivo cuando gana protones en su núcleo.
   — Un átomo se transforma en ión positivo cuando pierde electrones de sus órbitas.
   — Un átomo se transforma en ión negativo cuando admite electrones en sus órbitas.
   — Un átomo se transforma en ión negativo cuando pierde protones de su núcleo.
6. Un elemento tiene en su núcleo 14 protones y 14 neutrones. Di su número atómico, su número de masa y la distribución electrónica de su corteza.
7. ¿Qué son elementos isótopos? ¿En qué se diferencian dos isótopos de un mismo elemento?
8. El boro tiene dos isótopos, que se hallan siempre mezclados. La masa atómica del uno es 10; el otro tiene de masa atómica 11. La masa atómica asignada al elemento boro natural es 10,8. Calcular en qué proporción se encuentran dichos isótopos.

SISTEMA PERIODICO

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Escribir en términos de ocupación de los diversos niveles energéticos, la configuración electrónica del nivel de valencia del F, As, y del K, cuyos números atómicos son, respectivamente, 9, 33 y 19.

Solución:

La configuración electrónica del fluor es

$$\left.\begin{array}{l}\text{Capa K} = 2\\ \text{Capa L} = 7\end{array}\right\} 1\,s^2 - 2\,s^2\,2\,p^5$$

La configuración electónica del As (arsenio) es

$$\left.\begin{array}{l}\text{Capa K} = 2\\ \text{Capa L} = 8\\ \text{Capa M} = 18\\ \text{Capa N} = 5\end{array}\right\} 1\,s^2 - 2\,s^2\,2\,p^6 - 3\,s^2\,3\,p^6\,3\,d^{10} - 4\,s^2\,4\,p^3$$

La configuración electrónica del K (potasio) es

$$\begin{array}{l}\text{Capa K} = 2\\ \text{Capa L} = 8\\ \text{Capa M} = 8\\ \text{Capa N} = 1\end{array}\left.\begin{array}{l}1\,s^2\\ 2\,s^2 - 2\,p^6\\ 3\,s^2\,3\,p^6\\ 4\,s^1\end{array}\right\}\begin{array}{c}\text{En total}\\ 1\,s^2 - 2\,s^2\,2\,p^6 - 3\,s^2\,3\,p^6\,4\,s^1\end{array}$$

2. Hallar el volumen atómico del hierro, sabiendo que su densidad vale 7,86 g/cm³.

Solución:

$$d = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$$

$$v = \frac{m}{d} = \frac{55{,}85\ g}{7{,}86\ g/cm^3} = 7{,}105\ cm^3$$

que es el volumen que ocupa un átomo-gramo de hierro.

3. ¿Cuál será el volumen (aproximado) de un átomo real de hierro?

Solución:

El volumen aproximado de un átomo real será

$$v = \frac{7,105\ cm^3}{6,02 \cdot 10^{+23}} = 1,18 \cdot 10^{-23}\ cm^3$$

(No se ha tenido en consideración el espacio inter-atómico).

4. Dar el nombre —utilizando la tabla periódica— del elemento representado por la configuración electrónica.

$$1\ s^2 — 2\ s^2\ 2\ p^6 — 3\ s^2\ 3\ p^6\ 3\ d^{10} — 4\ s^2$$

¿cuál será su número atómico? ¿Cuántos neutrones contendrá su núcleo?

Solución:

Este elemento tiene 30 electrones por tanto es el Zn (Cinc). Su número atómico es 30 y tiene 35 neutrones en su núcleo (el isótopo cuya masa es 65).

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Utilizando la tabla periódica y el peso atómico, determinar el número de protones, neutrones y electrones de los átomos de carbono, oxígeno, cloro y calcio.
2. Todos ellos, son elementos representativos. Escribir su respectiva estructura electrónica.
3. Definir: a) Electrones de valencia. b) Subniveles de energía. c) Período. d) Subrgrupo. e) Potencial de ionización. f) Electrón-voltio. g) Serie de los lantánidos.
4. Numerar a la vista de la gráfica los siguientes átomos en orden creciente de su (PI). Sodio, xenon, litio y rubidio.
5. ¿Por qué es mejor basar la clasificación peródica de los elementos en el número atómico que en el peso atómico?
7. A partir de sus posiciones en el sistema periódico, predecir alguna de las propiedades de astato y francio.

CAPITULO III

ENLACE QUIMICO

PROBLEMAS RESUELTOS

1. ¿Qué debe hacer un átomo de sodio (Z = 11) para adquirir estructura estable? ¿Y un átomo de calcio Z = 20?

Solución:

La estructura de sodio es

Capa K = 2 electrones
Capa L = 8 electrones Z = 11
Capa M = 1 electrón

Si cede un electrón, su última capa o nivel energético queda con 8 electrones, es decir con configuración de gas noble, por tanto en sus configuraciones tenderá a perderlo y quedarse como ión positivo.

La configuración electrónica del calcio, Ca es

Capa K = 2 electrones
Capa L = 8 electrones
Capa M = 10 electrones

Su tendencia será a perder dos electrones para que su último nivel quede con 8 electrones

$$Ca \rightarrow Ca^{++} + 2e^{-}$$

2. A qué tipo de enlace corresponderán los siguientes cuerpos: Cl_2, H_2O, CH_4, Cl_4C, NH_3. Razona las respuestas y esquematiza sus fórmulas empleando el modelo de puntos.

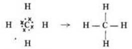
El enlace de la molécula de cloro es covalente.

$$:\underset{..}{\dot{Cl}}:\underset{..}{\dot{Cl}}:$$

Los enlaces en la molécula de agua son covalentes teniendo carácter dipolar

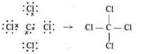
$$H \; {}^{\times}\!\underset{..}{\ddot{O}}\!{}^{\times} \; H$$

Los enlaces en el metano CH_4 son covalentes

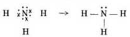


siendo la molécula apolar.

Los enlaces del tetracloruro de carbono son covalentes teniendo también esta molécula carácter apolar



Los enlaces del amoníaco son covalentes



y la molécula tiene carácter dipolar.

3. Tenemos tres átomos con las siguientes configuraciones electrónicas:
   a) $1\,s^2 - 2\,s^2\,2\,p^6 - 3\,s^1$
   b) $1\,s^2 - 2\,s^2\,2\,p^5$
   c) $1\,s^2 - 2\,s^2\,2\,p^6 - 3\,s^2\,3\,p^6$

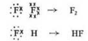
   Con la ayuda de la Tabla Periódica.
   ¿Qué átomos serán éstos?
   ¿Qué clase de comportamiento tendrán en cuanto a posibilidades de pérdida, ganancia o comparación de electrones?

Solución:

a) Este átomo tiene 11 electrones por tanto es el sodio Na. Tenderá a perder el electrón exterior, quedándose convertido en ión sodio Na^+.

b) Este átomo tiene 9 electrones, es por tanto el fluor F. Tenderá en sus combinaciones a tomar un electrón, ya que tiene 7 en su nivel energético exterior. Se convertirá por tanto en ión fluor F^-. Esto ocurre por ejemplo en el caso del NaF compuesto típicamente iónico.

También puede compartir electrones, como en el caso de la molécula de fluor, y en el fluoro de hidrógeno pero en este último caso, debi-



do a que el flúor tiene la máxima tendencia para atraer electrones la molécula tendrá un marcado carácter dipolar.

c) Este átomo tiene 18 electrones, luego es el argon (Ar) que es un gas noble, y no tiene ninguna tendencia a tomar, ceder, o compartir electrones.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Definir: a) Unidad Angström. b) Unidad eV (electro-voltio). c) Electrones de valencia. d) Potencial de ionización (PI). e) Afinidad electrónica (AE). f) Electronegatividad de los átomos.
2. Definir: a3 Enlace iónico. b) Enlace covalente. c) Enlace covalente coordinado. Poner ejemplos.
3. ¿Qué deben de hacer, respectivamente, un átomo de flúor (Z = 9) y uno de azufre (Z = 16) para adquirir estructura estable?
4. ¿Qué tipo de enlace cabe esperar entre el bromo y el sodio? ¿Será elevado su punto de fusión? Disuelto en agua ¿conduciría la corriente eléctrica?
5. ¿Quién tendrá mayor volumen, el átomo de sodio Na o el ión sodio Na^+? Razona la respuesta.
6. En general, qué condiciones se necesitan para que dos átomos que se combinan formen:
   a) Un enlace preferentemente covalente.
   b) Un enlace preferentemente iónico.
   c) Una molécula polar (o sea, un dipolo).
7. El enlace iónico ¿es diferencial? ¿y el covalente? Razona la respuesta.
8. ¿Podremos hablar de moléculas concretas (individualizados) al referirnos a una sustancia iónica?
9. Haciendo uso de la escala de Electronegatividad de Pauling. ¿Por qué el etano $CH_3 - CH_3$ es una molécula apolar y la metilamina es una molécula polar (es decir, un dipolo)?

NUMERO DE AVOGADRO-MOL-ESTEQUIOMETRIA

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un compuesto salino arroja la siguiente composición centesimal

$$N = 16{,}45\ \% \qquad O = 37{,}60\ \% \qquad K = 49{,}95\ \%$$

Calcúlese:

a) Su fórmula química.
b) La masa de un mol.
c) Su contenido porcentual de KO.

Solución:

a) Vamos a calcular el número de átomos-gramo de cada elemento por cada 100 g de compuesto

$$N \rightarrow \frac{16{,}45\ g}{14\ g/at} = 1{,}175 \text{ átomos-gramo}$$

$$O \rightarrow \frac{37{,}6}{16} = 2{,}35 \text{ átomos-gramo}$$

$$K \rightarrow \frac{49{,}95}{39{,}1} = 1{,}277 \text{ átomos-gramo}$$

Calculemos el número de átomos gramo de potasio por cada átomo gramo de nitrógeno

$$\frac{1{,}277}{1{,}175} = 1{,}08 \cong 1$$

y el número de átomos gramo de oxígeno por cada átomo gramo de nitrógeno

$$\frac{2{,}35}{1{,}175} = 2$$

luego el compuesto es el KNO_2 (nitrito potásico).

b) Pm = 85 g/mol.
c) Porcentaje de K_2O.

Para obtener 1 mol de K_2O son necesairos 2 moles de KNO_3

$$\frac{94}{170} \times 100 = 55{,}29\ \% \text{ de } K_2O$$

2. La combustión del butano (C_4H_{10}) da dióxido de carbono y agua. Calcular el volumen de butano medido a 20°C y a 2 at de presión que se necesita para producir 25 g de dióxido de carbono

Solución:

$$C_4H_{10} + \frac{13}{2} O_2 \rightarrow 4CO_2 + 5HO_2 + \text{calor}$$

En condiciones normales necesitaríamos un volumen de butano de

$$22{,}4 \text{ l de butano} — 4 \times 44 \text{ g de } CO_2$$
$$x \quad — \quad 25 \text{ g}$$
$$x = 3{,}18 \text{ l en C.N.}$$

$$\frac{PV}{T} = \frac{P_0 V_0}{T_0}$$

$$V = \frac{P_0 V_0}{P\,T_0} T = \frac{1 \text{ atm } 3{,}18 \text{ l}}{2 \text{ atm } 273} (273 + 20) = 1{,}70 \text{ l}$$

que es el volumen de butano necesario para producir 25 g de CO_2 a 20°C y 2 atm.

3. ¿Cuál será la riqueza en C_2Ca de un carburo comercial si sabemos que 0,5 g del mismo desprenden 168 cm³ de acetileno en c.n.?
Reacción:


$+ 2H_2O \rightarrow Ca(OH)_2 + CH \equiv CH$

Solución:

$$CaC_2 + 2H_2O \rightarrow Ca(OH)_2 + C_2H_2$$
$$\text{Pm del } CaC_2 = 64$$

Como con un mol de CaC_2 se obtienen 22 400 cm³ en condiciones normales, para obtener 168 cm³ han tenido que reaccionar

$$\frac{168 \times 64}{22\,400} = 0{,}48 \text{ g de } CaC_2 \text{ puro}$$

luego su riqueza es del

$$\frac{0{,}48}{0{,}5} \times 100 = 96\ \%$$

4. ¿Cuántos g de oxígeno se desprenderán por minuto en la electrolisis del agua acidulada si la intensidad de la corriente que pasa es de 4 amperios?

Solución:

$$M = I.\,t.\,E_{eq} = 4\text{ A} \times 60\text{ s} \times \frac{16\text{ g}}{96\,500 \times 2} = 0{,}0198\text{ g de oxígeno}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Calcular la composición centesimal de los elementos, S, O y Na en el sulfato sódico Na_2SO_4.
2. Calcular la composición centesimal de los elementos que forman el acetato cálcico.
3. Un compuesto de C, O y Li tienen la siguiente composición centesimal C = 16,21 %, O = 64,86 % y Li = 19,91 %. Si su peso molecular vale 74. ¿Cuál será su fórmula?
4. El peso atómico del zinc es 65,4. 2,043 g de zinc se combinan con 0,5 g de oxígeno. Calcular el peso equivalente del zinc y su valencia.
5. El nitrito amónico se descompone por el valor en agua y nitrógeno. Calcular el volumen de nitrógeno gaseoso (en c. n.) que se desprende en la descomposición de 20 g de este compuesto.
6. Una mezcla de 12 g de hidrógeno y 150 g de oxígeno, se hace explotar en un eudiómetro, produciéndose vapor de agua. ¿Cuál de los dos gases reaccionantes habrá quedado en exceso y en qué cantidad?
7. ¿Qué cantidad de HCl puro, contienen 50 ml de un ácido clorhídrico comercial del 36 % de riqueza en peso y densidad = 1,19 g/ml?
8. ¿Cuántos ml del ácido del problema anterior se necesitarán para neutralizar exactamente 4 g de hidróxido sódico?
9. 0,2 g de un compuestos orgánico, ocupan 116,4 cm^3 a 21 °C y 700 mm. Su composición centesimal es

   C = 53,3 % N = 31 % N = 15,5 %

   Determinar la fórmula de dicho cuerpo.
10. ¿Cuántos kg de un mineral de hierro que contiene el 80 % de óxido de hierro (III) se necesitan para obtener una Tm de hierro, si el rendimiento de la operación es del 90 %?
11. Una corriente, al pasar durante un minuto, por una disolución de sal de plata, ha depositado 0,2 g de este metal. ¿Cuál ha sido la intensidad de la corriente?

CAPITULO V

ENERGIA DE LAS REACCIONES QUIMICAS

PROBLEMAS RESUELTOS

1. ¿Qué cantidad de calor se libera al arder 3,2 gramos de carbono para convertirse en CO_2?

   Calor molar de formación del CO_2 = 94,1 kcal.

Solución:

$$C_{(s)} + O_{2(g)} \rightarrow CO_{2(g)} + 94{,}1 \text{ kcal}$$

Calor molar de formación del CO_2 = 94,1 kcal

$$x = \frac{94{,}1}{12} \times 3{,}2 = 25{,}09 \text{ kcal}$$

2. Los calores de formación a partir de sus elementos del $CaCO_3$, CaO y CO_2 son respectivamente 288,5, 151,9 y 94,1 kcal/mol.

   Se pide: a) Formular la reacción de disociación térmica del $CaCO_3$. b) Calcular el calor de dicha reacción, referida a un mol. c) ¿Cuántas kcal serían necesarias para descomponer 20 g de $CaCO_3$?

Solución:

$$C + Ca + \frac{3}{2}O_2 \rightarrow CaCO_3 + 288{,}5 \text{ kcal} \qquad [1]$$

$$\begin{cases} Ca + \frac{1}{2}O_2 \rightarrow CaO + 151{,}9 \text{ kcal} & [2] \\ C + O_2 \rightarrow CO_2 + 94{,}1 \text{ kcal} & [3] \end{cases}$$

sumando la ecuación [2] con la [3]

$$C + Ca + \frac{3}{2}O_2 \rightarrow CaO + CO_2 + 246 \text{ kcal} \qquad [4]$$

y volviendo a escribir la ecuación [1]

$$CaCO_3 + 288{,}5 \text{ kcal} \rightarrow C + Ca + \frac{3}{2}O_2 \qquad [5]$$

sumando [4] con [5]

$$CaCO_3 + 288,5 \text{ kcal} \rightarrow CaO + CO_2 + 246 \text{ kcal}$$

por tanto

$$CaCO_3 + 42,5 \text{ kcal} \rightarrow CaO + CO_2$$

$$\text{Pm del } CaCO_3 = 100$$

luego para descomponer 20 g de $CaCO_3$ serían necesarios

$$\frac{42,5 \text{ kcal}}{100 \text{ g}} 20 \text{ g} = 8,5$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. ¿Qué formas de energía pueden asociarse a un proceso químico? Poner ejemplos diferentes. ¿Cuál es el más frecuente?
2. Con respecto al calor desprendido (o absorbido) en una reacción química ¿cómo se clasifican éstas?
3. Definir: a) Calor molar de formación. b) Calor de reacción. c) Poder calorífico de un combustible. d) Reacción de entalpía.
4. ¿Cuántas kcal se requieren para descomponer térmicamente 1 g de agua líquida en hidrógeno y oxígeno?
   Calor molar de formación del $H_2O_{(l)} = 63,8$ kcal.
5. Haciendo uso de la tabla de entalpías. ¿Cuál será el valor de Q en la siguiente reacción?

$$2HCl + Q \rightarrow Cl_2 + H_2$$

6. Considerando la reacción

$$N_2 + O_2 \rightarrow 2NO - 43,2 \text{ kcal}$$

   a) La reacción ¿es exotérmica o endotérmica? b) ¿Cuál es el calor de formación del NO?
7. Sabiendo los calores de formación del FeS_2 (bisulfuro de hierro), SO_2 y Fe_2O_3 que son respectivamente 35 kcal/mol, 70,9 kcal/mol y 192,2 kcal/mol. Calcular el calor de la reacción.

$$4FeS_2 + 11O_2 \rightarrow 8SO_2 + 2Fe_2O_3 + Q \text{ kcal}$$

8. El calor de formación del gas butano (C_4H_{10}) vale 29,8 kcal/mol, los de $CO_2(g)$ y $H_2O(g)$ son respectivamente 94,1 y 57,8 kcal/mol. Se pide: a) Escribir la reacción de combustión completa de dicho hidrocarburo. b) Las kcal que pueden suministrar una botella de gas butano que contiene 7 kg del hidrocarburo. c) El volumen de CO_2 que se producirá en la combustión de todo el butano contenido en la bombona.

VELOCIDAD DE REACCION CINETICA QUIMICA

PROBLEMAS RESUELTOS

1. ¿Quién se oxida a más velocidad, el hierro o el cobre? Razone la respuesta.

   Solución:

   El hierro, pues es un metal no noble y el cobre es un metal seminoble. En una palabra, pierde más fácilmente electrones el hierro que el cobre. (Es menor el PI en el hierro que en el cobre)

   $$Fe^{\circ} - 2e^{-} = Fe^{++}$$
   $$Cu^{\circ} - 2e^{-} = Cu^{++}$$

   Recordar potencial de ionización.

2. ¿Cómo influye la temperatura en la distribución de la energía cinética de las moléculas?

   Solución:

   Al aumentar la temperatura, aumenta el número de moléculas que adquieren velocidades más elevadas y por tanto energías más altas, capaces de romper más enlaces por unidad de tiempo.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Definir velocidad de reacción.
2. Factores de que depende la velocidad de reacción. Explicar brevemente la influencia de dichos factores.
3. Consideremos dos gases, A y B (que pueden reaccionar) colocados en un recipiente a la temperatura ambiente.

   ¿Qué efectos producirían sobre la velocidad de reacción los siguientes cambios?

   a) La presión se duplica.
   b) Se duplica el número de moléculas del gas A.
   c) Se enfría el recipiente.

4. Si la velocidad de reacción se duplica aproximadamente por cada 10°C de elevación de temperatura. ¿Cuántas veces mayor será a 100° que a 20°?
5. ¿Qué se entiende por «catalizador contacto» o catálisis superficial?
6. ¿Cómo se explica la catálisis homogénea?
7. Realiza la siguiente experiencia.

   Aplícale a uno de los vértices de un terrón de azúcar la llama de una cerilla. Verás que el azúcar se funde pero no arde.

   · Ahora frota un vértice con la ceniza de un cigarrillo, aplícale otra vez la llama de la cerilla y el azúcar arde con la llama azulada que se mantiene.

   ¿Podrías encontrarle explicación a esta sencilla experiencia?

CAPITULO VII

EQUILIBRIO QUIMICO

PROBLEMAS RESUELTOS

1. A 450°C las presiones parciales del H_2, I_2 y HI en equilibrio son respectivamente 0,11 at, 0,11 at y 0,78 at. Hallar la constante K_p del proceso

$$H_2 + I_2 \iff 2HI$$

¿Qué dimensión tendrá esa constante? ¿Cuánto valdrá K_c?

Solución:

$$H_2 + I_2 \iff 2HI$$

$$P_{H_2} = 0{,}11 \text{ atm} \quad P_{I_2} = 0{,}11 \text{ atm} \quad P_{HI} = 0{,}78 \text{ atm}$$

$$K_p = \frac{P^2_{HI}}{P_{H_2} \cdot P_{I_2}} = \frac{0{,}78^2 \text{ atm}^2}{0{,}11 \text{ atm} \cdot 0{,}11 \text{ atm}} = 50{,}28$$

$$K_p = K\,(RT)^{2-1-1} = K_c$$

$$K_c = 50{,}28 \text{ moles/litro}$$

2. ¿Qué ocurrirá en la siguiente reacción al aumentar la temperatura?

$$N_2 + O_2 \iff 2NO - \text{calor}$$

Solución:

$$N_2 + O_2 \iff 2NO - \text{calor}$$

Al aumentar la temperatura se favorece la reacción endotérmica, y por tanto, tenderá a desplazarse al segundo miembro, es decir a la producción de NO.

3. En un matraz de 3 l de capacidad se colocan 2 moles de cada una de las sustancias A y B que reaccionan de acuerdo con la ecuación

$$A + B \iff C$$

sabiendo que $K_c = 5$ (moles/l)$^{-1}$, cuál será la composición del sistema en el momento del equilibrio.

Solución:

Si se forman x moles de la sustancia C

$$[A] = \frac{2 - x}{3} \text{ moles/l en el equilibrio}$$

$$[B] = \frac{2 - x}{3} \text{ moles/l}$$

$$[C] = \frac{x}{3} \text{ moles/l}$$

$$K_c = \frac{\frac{x}{3} \text{ moles/l}}{\frac{2 - x}{3} \text{ moles/l} \cdot \frac{2 - x}{3} \text{ moles/l}} = \frac{3x}{4 - 4x + x^2} = 5 \text{ (moles/1)}^{-1}$$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= 3{,}45 \text{ moles} \\ x_2 &= 1{,}165 \text{ moles} \end{aligned}\right| \text{ del compuesto C}$$

despreciando el primer resultado por imposible, en el momento del equilibrio quedarán 0,835 moles del A, 0,835 moles del B y 1,165 moles del C.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Define y pon ejemplos de reacción reversible e irreversible.
2. Razonar la expresión: el equilibrio químico es un equilibrio dinámico.
3. ¿Es cierto que una reacción reversible cesa cuando se alcanza el equilibrio?
4. Escribe la expresión de K_c y K_p para las siguientes reacciones:

$$PCl_5 + \text{Calor} \Longleftrightarrow PCl_3 + Cl_2$$
$$SO_2 + 1/2\, O_2 \Longleftrightarrow SO_3 + \text{calor}$$

5. Con arreglo al principio de Le Chatelier indica la influencia de la temperatura y de la presión, en las reacciones precedentes.
6. Se mezclan 1 mol de etanol, con tres moles de ácido acético. Si $K_c = 4$, determinar los gramos de acetato de etilo que se forman.
7. Calcular la cantidad de etanol que habrá que mezclar con 2 moles de ácido (ambos puros) para que esterifique la mitad del ácido ($K_c = 4$).
8. A 727°C se tienen las siguientes concentraciones de equilibrio $[NH_3] = 0{,}102$ moles/l, $[N_2] = 1{,}03$ moles/l, $[H_2] = 1{,}62$ moles/l. ¿Cuánto valen K_c y K_p para la reacción $3H_2 + N_2 \Longleftrightarrow 2NH_3$ a la temperatura mencionada.
9. Aplica la ley de acción de masas al siguiente equilibrio y razona, si éste se modifica al variar la presión.

$$CO_{(g)} + N_2O_{(g)} \Longleftrightarrow CO_{2(g)} + N_{2(g)}$$

10. La sosa cáustica se disuelve en agua con fuerte desprendimiento de calor. ¿Cómo se disolverá más rápidamente la sosa, calentando o enfriando?
11. La constante de equilibrio para la reacción gaseosa

$$H_2 + I_2 \Longleftrightarrow 2IH$$

vale K = 55,3 a 700°K. Dígase lo que ocurriría al mezclar a dicha temperatura, en recipiente cerrado estas tres sustancias, a las presiones parciales siguientes: HI, 0,7 atm; H_2 a 0,02 atm y I_2 0,02 atm. ¿Cuáles serán las respectivas presiones de equilibrio?
12. En un recipiente de 10 l mantenido a 270°C se introducen 2,5 moles de PCl_5 y se cierra herméticamente. La presión del interior empieza a elevarse y se estabiliza en 15,68 atm. a) Formúlese la reacción de disociación térmica del PCl_5 que es reversible. b) Calcúlese el número de moles de PCl_3 y Cl_2 que se encontrarán en el equilibrio alcanzado, sabiendo que en tales condiciones, todas las anteriores sustancias son gaseosas. c) Hallar K_c.

ESTUDIO COMPARATIVO DE LOS ELEMENTOS DEL SEGUNDO PERIODO Y DE LOS COMPUESTOS OXIGENADOS DEL TERCERO

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Dar las representaciones orbitales y de puntos, para los enlaces de las siguientes moléculas: Cl_2, HCl, Cl_2O.

Solución:

a) La configuración electrónica del cloro es $1\ s^2 - 2\ s^2\ 2\ p^6\ 3\ s^2 \cdot 3\ p^5$, se observa que en el último nivel energético tiene 7 electrones.
Representación por puntos del Cl_2 (estructura de Lewis):

:C̤̈l : C̤̈l:

Represetación orbital 3p del Cl:

↑ ↓	↑ ↓	↑

luego la del Cl_2

↑ ↓	↑ ↓	↑ ↓	↑ ↓	↑ ↓
Px^2	Py^2	Pz^2	Py^2	Px^2

b) La configuración del hidrógeno es $1\ s^2$.
Representación por puntos del HCl

:C̤̈l : H

Representación orbital del HCl

↑ ↓	↑ ↓	↑ ↓
Px^2	Py^2	S-Pz (molecular)

c) Configuración electrónica del oxígeno $1s^2 \cdot 2s^2\ 2px^2\ 2py^2$. Representación por puntos de Cl_2O.

$$:\ddot{\underset{..}{Cl}}:\ddot{\underset{..}{O}}:\ddot{\underset{..}{Cl}}:$$

Representación orbital del Cl_2O.

cloro			oxígeno		cloro	
↑ ↓	↑ ↓	↑ ↓	↑ ↓	↑ ↓	↑ ↓	↓↑
Px^2	Py^2	$Pz\text{-}Pz'$	$P'x^2$	$P'y\text{-}Pz$	Py^2	Px^2
		molecular		molecular		

2. Escribir las fórmulas de los siguientes cuerpos:

floruro de litio
hidruro de berilio
tetracloruro de carbono
fluoruro de nitrógeno
fluoruro de hidrógeno

a) De forma clásica (estructura de Couper).
b) Por puntos (estructura de Lewis).

Razonar el tipo de enlaces, en cada uno de esos compuestos: iónico, covalente, covalente con polaridad en la molécula, etc.

Solución:

Fórmula	Estructura Couper	Estructura por puntos	Nombre del compuesto
$Li\,F$	$Li - F$	$\left[:\ddot{\underset{..}{F}}:\right]^- Li^+$	Fluoruro de litio
$Be\,H_2$	$H - Be - H$	$\left[\ddot{\underset{..}{Be}}\right]^{++} 2\,H^-$	Hidruro de berilio
$Cl_4\,C$	$\begin{array}{c} Cl \\ \vert \\ Cl - C - Cl \\ \vert \\ Cl \end{array}$	$\begin{array}{c} :\ddot{Cl}: \\ :\ddot{\underset{..}{Cl}}:\ddot{\underset{..}{C}}:\ddot{\underset{..}{Cl}}: \\ :\ddot{\underset{..}{Cl}}: \end{array}$	Tetracloruro de carbono
NF_3	$\begin{array}{c} F - N - F \\ \vert \\ F \end{array}$	$\begin{array}{c} :\ddot{\underset{..}{F}}:\ddot{\underset{..}{N}}:\ddot{\underset{..}{F}}: \\ :\underset{..}{F}: \end{array}$	Fluoruro de nitrógeno
HF	$F - H$	$:\ddot{\underset{..}{F}}:H$	Fluoruro de hidrógeno

El enlace en el fluoruro de litio será de carácter iónico (heteropolar), ya que el PI del litio es muy bajo y el flúor tiene una gran electronegatividad.

El enlace en el hidruro de berilio es también iónico por razonamiento análogo.

Los enlaces del fluoruro de nitrógeng son covalentes siendo la molécula fuertemente polar, debido a la mayor electronegatividad del flúor en la escala de Pauling.

El enlace del fluoruro de hidrógeno es covalente, siendo también fuertemente polar.

3. ¿Por qué el NaCl fundido conduce la corriente y el $SiCl_4$ no?

Solución:

Al fundir el ClNa, su estructura cristalina (macromolécula) se deshace, quedando iones Na^+ y Cl^- libres por lo que, debido a su movilidad podrán orientarse hacia polos eléctricos, conduciendo de este modo la corriente eléctrica.

El $SiCl_4$ se encuentra en estado líquido a la temperatura ordinaria. Sus enlaces son de carácter totalmente covalente y la molécula es apolar. No tiene por tanto ninguna posibilidad de conducir la corriente eléctrica.

4. El potencial de ionización del litio vale 5,39 eV. ¿Cuánto valdrá la energía de ionización, por cada átomo-gramo de litio, expresada en kcal/mol?

Solución:

$$Li^{\circ} + \text{energía} = Li^{+} + 1e^{-}$$

Como un átomo gramo tiene $6{,}02 \cdot 10^{23}$ átomos reales

$$W = 6{,}02 \cdot 10^{23} \times 5{,}39 \text{ eV} = 32{,}4478 \cdot 10^{23} \text{ eV}$$

y como

$$\begin{aligned} W &= 32{,}4478 \cdot 10^{23} \text{ eV} \times 1{,}59 \cdot 10^{-19} \text{ Julios/eV} = 51{,}59 \cdot 10^{4} \text{ Julios} \\ &= 51{,}59 \cdot 10^{4} \text{ Julios} \times 0{,}25 \cdot 10^{-3} \text{ kcal/Julio} = 123{,}82 \text{ kcal} \end{aligned}$$

que es la energía necesaria para ionizar totalmente un átomo-gramo de litio.

5. ¿Qué energía será necesaria para ionizar totalmente un átomo gramo de flúor, teniendo en cuenta que su potencial de ionización es 17,42 eV?

Solución:

Siguiendo el mismo procedimiento del problema anterior

$$W = 400{,}17 \text{ kcal}$$

6. Teniendo en cuenta los resultados obtenidos, en los problemas anteriores, razonar el carácter fuertemente iónico del fluoruro de litio.

Solución:

Se desprende de los problemas anterores que el átomo de flúor atrae mucho más sus electrones que el átomo de litio, por lo que el enlace del fluoruro de litio es claramente iónico.

$$Li^{\circ} + \cdot\underset{\cdot\cdot}{\ddot{F}}: = Li^{+} + \left[:\underset{\cdot\cdot}{\ddot{F}}:\right]^{-}$$

7. Calcular la energía necesaria para ionizar totalmente un átomo gramo de berilio cuyo potencial de ionización (PI) vale 9,52 eV y calcular también la de un átomo gramo de nitrógeno cuyo PI es 14,54 eV.

Solución:

a)

$$W = 218{,}7 \text{ kcal/at-gramo de berilio}$$

b)

$$W = 334{,}01 \text{ kcal/at-gramo de nitrógeno}$$

8. Considerando los resultados obtenidos en los problemas anteriores razonar cuál de los compuestos siguientes tendrá un carácter iónico más acentuado: a) LiF. b) BeF_2. c) NF_3.

Solución:

Un compuesto será tanto más iónico cuanto mayor sea la diferencia entre las energías de ionización, entre los diferentes elementos que lo forman.

Energía de ionización del litio = 123,82 kcal/at-g
Energía de ionización del flúor = 400,17 kcal/at-g
Energía de ionización del berilio = 218,7 kcal/at-g
Energía de ionización del nitrógeno = 334,01 kcal/at-g

De aquí se deduce claramente que la diferencia de energía de ionización mayor se da en el primer compuesto, es decir el fluroruro de litio. Por tanto es el que tiene más carácter iónico de los tres.

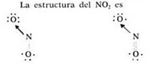
9. Escribir las estructuras electrónicas de los siguientes óxidos de nitrógeno. a) NO_2 dióxido de nitrógeno. b) N_2O_3 trióxido de dinitrógeno. c) N_2O_5 pentóxido de dinitrógeno.

Solución:

a) El NO_2 se encuentra en equilibrio con el N_2O_4

$$2NO_2 \Longleftrightarrow N_2O_4$$

La estructura del NO_2 es



número de oxidación del nitrógeno + 4

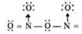
Puede observarse que tiene estructura resonante y además un electrón libre (radical), por lo que tiene una gran reactividad y por eso se encuentra en equilibrio con el N_2O_4.

El NO_2 es de color rojo y el N_2O_4 incoloro, por eso la mezcla en equilibrio de ambos da un color anaranjado (vapores rutilantes).

b) La estructura del N_2O_3 es

$$\ddot{\underset{..}{O}} = \ddot{N} - \ddot{\underset{..}{O}} - \ddot{N} = \ddot{\underset{..}{O}}$$

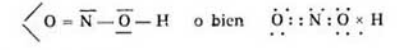
c) La estructura del N_2O_5 será



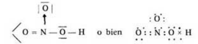
10. Formular los ácidos nitroso y nítrico y representar sus estructuras electrónicas.

Solución:

a) Acido nitroso HNO_2
Su estructura electrónica es



b) Acido nítrico HNO_3



11. Considerando la estructura resonante de NO_2 justificar que al reaccionar este compuesto con el agua da una mezcla de ácido nitroso y nítrico.

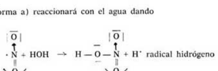
Solución:

$$2NO_2 + H_2O \rightarrow HNO_3 + HNO_2$$

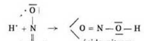
La estructura resonante del NO_2 era

a)  b)

La forma a) reaccionará con el agua dando



el cual a su vez con la forma b) dará:



ácido nitroso

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. En cualquier átomo, se necesita menos energía para quitar un electrón del átomo neutro, que la que precisa para sacar un electrón del ión resultante. Razonar la respuesta.
2. ¿Quién tendrá un punto de fusión más alto, el cloruro de magnesio o el tetracloruro de silicio? (Ambos elementos del tercer periodo). Razonar la respuesta.
3. La experiencia nos pone de manifiesto que ni el diamante ni el cuarzo (SiO_2) son conductores de la corriente. ¿Podrías dar una explicación?
4. El punto de ebullición del agua es más alto que el sulfuro de hidrógeno (que es gas a la temperatura ordinaria). Sus respectivas electronegatividades son H (2,1), O (3,5), azufre (2,5). Con estos datos, intenta dar la explicación razonable.
5. ¿En sentido estricto, podrá llamarse al amoníaco hidruro de nitrógeno? Razona la respuesta.
6. Escribir las fórmulas de los compuestos hidrogenados de los elementos del segundo período.
7. Indicar los compuestos del problema anterior que tienen carácter iónico y los que tienen carácter covalente.
8. Escribir los halogenuros de los elementos del segundo período, indicando los de carácter iónico y los de carácter covalente.
9. Escribir los elementos oxigenados del segundo período.
10. Sabiendo que a nivel experimental, el metano se obtiene haciendo reaccionar C_3Al_4 (carburo de aluminio) con agua ¿cuánto C_3Al_4 será necesario para obtener 500 cc de metano en condiciones normales?

ESTUDIO COMPARATIVO DE LOS ELEMENTOS DE LOS GRUPOS I_a, II_a, VI_b, VII_b

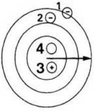
PROBLEMAS RESUELTOS

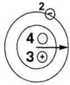
1. ¿Por qué los radios iónicos son más pequeños que los atómicos en los elementos alcalinos y alcalino-térreos y más grandes en los halógenos y calcógenos?

Solución:

Los radios iónicos en los elementos alcalinos son más pequeños que sus respectivos radios atómicos, debido a que por haber perdido el electrón del nivel energético más externo, éste queda vacío y por tanto el radio del ión es el correspondiente al nivel energético inmediatamente inferior. Ejemplo

Litio; $1s^2 - 2s^1$





L_i°; radio atómico = 1,52 A° L_i^{+}; radio iónico = 0,6 A°

en el caso de los alcalino-térreos, el razonamiento es similar.

Ejemplos: Magnesio; $1s^2 - 2s^2\ 2p^6 - 3s^2$

$_{12}q^{\circ}$; radio atómico = 1,364 A° $_{12}q^{++}$ radio iónico = 0,65 A°

Los elementos halógenos, captan un electrón para formar el correspondiente ión. Debido a esto se origina una repulsión electrostática entre los electrones, que se traduce en un aumento del radio del ión, respecto al radio del elemento.

Ejemplo: Fluor; $1s^2 - 2s^2\ 2p^5\ (F^-)$

radio atómico del fluor = 0,72 A°
radio del ión fluor (F^-) = 1,36 A°

Para los calógenos el razonamiento es semejante al anterior.

Ejemplo: Azufre $(s^=)$ $1s^2 - 2s^2\ 2p^6 - 3s^2\ 3p^4$

radio atómico del azufre (s°) = 1,04 A°
radio iónico del azufre $(s^=)$ = 1,84 A°

2. Los elementos Na, K, Mg y Ca serán ¿oxidantes o reductores? Razona la respuesta.

Solución:

Los elementos citados son reductores, por su gran tendencia a ceder electrones, y tanto más reductores cuanto con más facilidad los cedan. Esta facilidad está relacionada con el potencial de ionización PI en orden decreciente de poder reductor se ordenarían de la siguiente forma:

K, Na, Mg y Ca.

3. Emparejar cada sustancia con el tipo de enlace que le corresponde:

1. Bromo	a) iónico
2. Fluoruro de calcio	b) metálico
3. Sodio	c) covalente
4. Dióxido de azufre	d) covalente

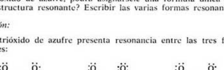
Solución:

a) Bromo — covalente (Br_2)
b) Fluoruro de calcio — iónico $(Ca^{++}\ 2F^-)$
c) Sodio — metálico
d) Dióxido de azufre — covalente (SO_2)

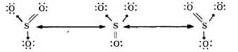
4. ¿Al trióxido de azufre, podrá asignársele una fórmula única o presentará estructura resonante? Escribir las varias formas resonantes.

Solución:

El trióxido de azufre presenta resonancia entre las tres formas siguientes:



Puede observarse que los enlaces simples, son realmente enlaces dativos, ya que los electrones son aportados por el azufre. Pero también se puede representar del siguiente modo:



La molécula tiene momento dipolar cero, lo que quiere decir que es simétrica. Cada enlace S — O tiene 1/3 de carácter de doble enlace y 2|3 de enlace simple.

5. ¿Qué volumen de H_2S medido a 27° C y 700 mm puede obtenerse a partir de 80 g de FeS en su reacción con el ácido clorhídrico?

Solución:

$$FeS + 2HCl \rightarrow FeCl_2 + S_2S$$
$$\text{Pm del FeS} = 87{,}8\text{q.}$$

En condiciones normales con una molécula gramo de FeS se obtiene 22,4 l de H_2S, luego con 80 g

$$V = \frac{22{,}4 \text{ l}}{87{,}8} \times 80 \text{ g} = 20{,}4 \text{ l}$$

y a 27° C y 700 mm:

$$\frac{P_0V_0}{T_0} = \frac{P_1V_1}{T_1}; \quad V_1 = \frac{P_0}{P_1} \cdot \frac{T_1}{T_0} V_0 =$$

$$= \frac{760 \times 300}{760 \times 273} 20{,}4 \text{ l} = 24{,}35 \text{ l}$$

6. Escribir las formas de disociación del $Al(OH)_3$. a) Como base. b) Como ácido.

Solución:

a) $Al(OH)_3 \Longleftrightarrow Al^{3+} + 3OH^-$
b) $Al(OH)_3 \Longleftrightarrow AlO_3\!\equiv + 3H^+$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Tomando como eje de referencia los gases nobles, escribir una tabla, con los elementos de los grupos Ia, IIa, VIIb y VIb.
2. Hemos dicho que el sodio se obtiene por electrolisis del cloruro sósódico fundido. ¿Se obtendrá también sodio, si la electrolisis se realiza con cloruro sódico disuelto en agua? Razona la respuesta.
3. ¿Qué condiciones se requieren para que una molécula tenga carácter polar? Poner dos ejemplos de moléculas polares.
4. ¿Es correcto decir que un cristal de sal común está formado por moléculas de cloruro sódico?

5. ¿Qué diferencia existe entre las moléculas apolares y polares? a) Clasificar las siguientes moléculas atendiendo a esos criterios. Cl_2, H_2, HCl, H_2O, HF. b) ¿Cuál de ellas presenta enlaces por puentes de hidrógeno? c) ¿Cuál de ellas presenta como más acusadas las fuerzas de Van der Waals?
6. Atendiendo a su estructura electrónica, quién será más ácido, el hipercloroso o el perclórico.
7. ¿Qué volumen en condiciones normales se podrá obtener de gas cloro al paso de una corriente eléctrica a través de cloruro sódico fundido? Intensidad de la corriente: 2 Amp. Tiempo que está pasando: 10 minutos.
8. Escribir las fórmulas de los componentes oxigenados de los elementos del tercer período, tomándolos con la valencia más alta (mayor estado de oxidación).
9. Indicar en los óxidos del problema anterior, cuáles son claramente iónicos y cuáles covalentes.
10. Escribir las fórmulas de los compuestos hidroxilados de los elementos del tercer período.
11. De los compuestos del problema anterior, cuáles tienen carácter ácido, básico o anfótero.
12. Como reaccionará el $Al(OH)_3$ frente al:
    a) Acido clorhídrico.
    b) Hidróxido de sodio.

METALURGIA Y METALURGIA APLICADA

PROBLEMAS RESUELTOS

1. ¿Crece el carácter metálico en cada período de la tabla Periódica? ¿Crece el carácter metálico en cada grupo de la tabla periódica? Razonar la respuesta.

Solución:

Siguiendo de izquierda a derecha un período, el carácter metálico va disminuyendo. En efecto:

	IA	IIA	IIIB	IVB	V B	VI B	VII B
2.° período	Li	Be	B	C	N	O	F
3.° período	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl
4.° período	K	Ca	Ga	Ge	As	Se	Br
5.° período	Rb	Sr	In	Sn	Sb	Te	I

$\xrightarrow{\text{disminuye el carácter metálico}}$

pues aumenta su tendencia a captar electrones

En los grupos crece el carácter metálico, conforme vamos descendiendo, pues van teniendo potencial de ionización más bajo.

Li	Li = 539, eV
Na	Na = 5,14 eV
K	K = 4,34 eV
Pb	Pb = 4,18 eV
Cs	Cs = 3,89 eV

Al perder el electrón del último nivel con menos energía, forman más fácilmente iones positivos que es una de las condiciones que definía el carácter metálico.

2. El hierro existe en dos estados alotrópicos α y γ uno de ellos de red cúbica centrada en el centro y el otro de red cúbica centrada en las caras. A la temperatura de cambio 916°C. ¿Cuál de los dos tendrá más densidad. Razonar la respuesta.

Solución:

Estado alotrópico α. — Desde la temperatura ambiente hasta 916°C. Estructura cúbica centrada en el cuerpo, índice de coordinación 8.

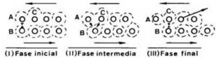
Estado alotrópico γ. — Desde los 916 °C en adelante. Cristaliza en el sistema cúbico centrado en las caras. Indice de coordinación 12.

Tendrá más densidad la variedad alotrópica que tenga el empaquetamiento más compacto, o sea, la γ.

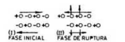
3. ¿Por qué los metales son dúctiles y maleables?

Solución:

Porque cuando se deforma una red metálica la estructura después del deslizamiento de un plano sobre otro, es idéntica a la primitiva.



En una red iónica, es imposible la plasticidad, porque al deslizarse los iones, lo probable es que pasen o queden frente a iones del mismo signo, que al repelerse fuertemente, destruyan su cohesión del material y lo rompan.



4. En el refinado electrolítico de cobre se pasó una corriente de 250 amperios a través de una disolución de sulfato cúprico a una tensión de 0,4 voltios. ¿Qué peso de cobre se depositará en 24 horas? ¿Cuánto costaría la energía eléctrica consumida por kilo de cobre refinado a 0,30 pesetas el kW-h?

Solución:

a) El peso del cobre será

$$M = I.\,t.\,E_{eq} = 250\ \text{A} \times 24 \times 3\,600\ \text{s}\,\frac{63{,}5\ \text{g}}{2 \times 96\,500\ \text{C}} = 7{,}106\ \text{kg}$$

b) Para obtener 7,106 kg se han necesitado

$$W = 250\ \text{A} \times 0{,}4\ \text{vol} \times 24 = 2{,}4\ \text{kW-h}$$

luego para obtener

$$W = \frac{2{,}4\ \text{kW-h}}{7{,}106\ \text{kg}} = 0{,}337\ \text{kW-h/kg}$$

y el coste será

$$\text{Coste} = 0{,}337\,\frac{\text{kW-h}}{\text{kg}} \times 5\ \text{pts/kW-h} = 1{,}68\ \text{pts/kg}$$

5. Una corriente de 0,66 A circuando a través de un voltímetro de cobre, deposita 1,9 g de cobre durante 160 minutos, mientras que al paso de 0,50 A a través de nitrato de plata se depositan 4 g de plata durante 130 minutos. Calcular: a) El equivalente electroquímico del cobre. b) El equivalente químico del cobre (peso atómico de la plata = 107,8 g).

Solución:

a) $$M = I.\,t.\,E_{eq} \qquad \begin{array}{l} M_1 = \text{masa plata} \\ M_2 = \text{masa cobre} \end{array}$$

$$M_2 = 0{,}66 \text{ A} \times 160 \times 60 \text{ s } E_{eq2} = 1{,}9 \text{ g}$$
$$M_1 = 0{,}50 \text{ A} \times 130 \times 60 \text{ s } E_{eq1} = 4 \text{ g}$$

Dividiendo miembro a miembro y haciendo operaciones

$$\frac{E_{eq2}}{E_{eq1}} = 0{,}292$$

$$E_{eq2} = 0{,}292\, E_{eq1} = \frac{107{,}8}{96\,500} \times 0{,}292 = 3{,}266 \cdot 10^{-4} \text{ g/C}$$

b)

$$E_g = E_{eq}\, 96\,500 \text{ C} = 3{,}266 \cdot 10^{-4} \text{ g/C} \times 96\,500 \text{ C} = 31{,}51 \text{ g}$$

6. Para proteger de la corrosión una pieza de chapa de hierro, se ha efectuado una operación de galvanoplastia, introduciendo en una cuba electrolítica que contenía como electrolito, la sal de un elemento bivalente. La operación ha durado media hora y la corriente que circuló fue de 50 A. La diferencia de peso de la pieza antes y después de la operación fue de 27,36 g. A la vista de los resultados y de la lista de pesos atómicos, decir qué metal es el que forma la sal que se utilizó como electrolito.

Solución:

La masa depositada será

$$M = I.\,t.\,E_{eq} \qquad E_{eq} = \text{Equivalente electroquímico}$$

$$E_{eq} = \frac{27{,}36 \text{ g}}{50 \text{ A} \times 0{,}5 \text{ h} \times 3\,600 \text{ s}} = 3{,}04 \times 10^{-4}$$

y como a su vez

$$E_{eq} = \frac{Pa}{V \times 96\,500} = \frac{Pa}{2 \times 96\,500}$$

$$Pa = 3{,}04 \times 10^{-4} \times 2 \times 96\,500 = 58{,}672 \text{ g}$$

que aproximadamente coincide con el peso del níquel.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. ¿Quién forma la red cristalina de los metales? a) iones de distinto signo; b) iones del mismo signo; c) moléculas. Razonar la respuesta.
2. Con respecto a su estructura electrónica, establecer el carácter metálico o no metálico de un elemento.
3. ¿Por qué los metales son buenos conductores de la electricidad?
4. ¿Cómo se denominan los tres tipos principales de redes cristalinas que forman los metales?
5. Con los siguientes datos

   K p.f. = 64° Red cúbica centrada en el espacio.
   Rb p.f. = 39° Red cúbica centrada en el espacio.
   Ca p.f. = 851° Red cúbica centrada en las caras.
   Sr p.f. = 771° Red cúbica centrada en las caras.

   a) ¿Puedes explicar estas diferencias tan volubles en el punto de fusión entre los alcalino y los alcalino térreos? b) ¿Por qué el rubidio funde a menos temperatura que el calcio?
6. Atendiendo a la serie electromotriz de los metales ordena los siguientes de más a menos reductor:

   Fe, Zn K, Mg, Cu

7. ¿Cuáles son los estados de oxidación del hierro en el oligisto, en el sulfuro ferroso y en la siderita?
8. ¿Qué ocurrirá si en una disolución de sulfato cúprico introducimos una lámina de hierro? ¿Y si en una disolución de sulfato ferroso introducimos una de cobre? Razona la respuesta.
9. ¿En qué consiste el enriquecimiento de las menas, por el sistema de flotación?
10. ¿Qué clase de carbón se emplea en horno alto? ¿Por qué?
11. En metalurgia ¿qué significado tiene la sinterización?
12. En una electrolisis de bauxita fundida, se recogen 3,35 kilos de aluminio por hora. a) ¿Qué cantidad tenía la corriente empleada? b) Si la tensión era de 6 voltios, ¿cuánto costaría la energía eléctrica consumida por kilo de aluminio obtenido al mismo precio que el problema anterior el kW-h?
13. Se ha depositado 0,5 g de Ni (níquel) haciendo pasar durante 5 minutos una corriente eléctrica a través de una disolución de sulfato niqueloso ($NiSO_4$). ¿Cuál será la intensidad de la corriente? ¿Durante cuánto tiempo habrá de circular una corriente de 0,7 A a través de una disolución de sulfato de cadmio $CdSO_4$, para recubrir un objeto de 132 cm^2 de superficie, con una caja uniforme de cadmio de 0,4 mm de espesor?

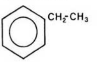
QUIMICA DEL CARBONO-GRUPOS FUNCIONALES HIDROCARBUROS ALIFATICOS Y AROMATICOS

PROBLEMAS RESUELTOS

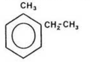
1. Escribir las fórmulas siguientes: a) etil-benceno; b) orto metil etil benceno; c) α-metil-naftaleno; d) para-dinitro-benceno.

Solución:

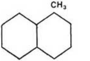
a) Etil-benceno



b) Orto-metil-etil-benceno



c) α-metil-naftaleno



d) Para-dinitro-benceno

2. ¿Qué cantidad de oxígeno en volumen y en peso, se necesitarán para quemar completamente el acetileno que se produzca al descomponer por el agua 50 gramos de carbuno de calcio?

Solución:

$$CaC_2 + 2H_2O \rightarrow Ca(OH)_2 + C_2H_2$$

Pm del carburo de calcio = 64 g

Como con 1 mol de CaC_2 se obtiene 1 mol de C_2H_2 con 50 g se obtendrán

$$\frac{50\ g}{64\ g/mol} = 0{,}781 \text{ moles de } C_2H_2$$

$$C_2H_2 + \frac{5}{2} O_2 \rightarrow 2CO_2 + H_2O$$

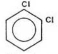
Como para quemar 1 mol de C_2H_2 se necesitan $\frac{5}{2}$ moles de O_2, para quemar 0,781 moles

$$X = \frac{5/2}{1} \times 0,781 = 1,952 \text{ moles de } O_2$$

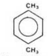
que en peso serán 1,952 mol × 32 g/mol = 62,48 g, y en volumen 1,952 mol × 22,4 l/mol = 43,72 l.

3. Formular el ortodicloro-benceno y el paradimetil-benceno.

Solución:



Ortodicloro-benceno



Paradimetil-benceno

4. En un recipiente cerrado, existe una mezcla de 75 cm³ de hidrógeno y metano. Se añaden 100 cm³ de oxígeno; se inflama la mezcla, quedando después de la condensación, un exceso de 40 cm³ de oxígeno. ¿Cuál será la composición centesimal de la mezcla gaseosa?

Solución:

En el supuesto de tener x cm³ de H_2 e y cm³ de CH_4 tendríamos

$$2H_2 + O_2 \rightarrow 2H_2O,$$

por tanto para quemar los x cm³ de H_2 se necesita $\frac{x}{2}$ cm³ de O_2.

De igual modo

$$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$$

por cada y cm³ de CH_4 se necesitarán 2y cm³ de O_2, luego en total de oxígeno se necesitará:

(1) $$\frac{x}{2} + 2y = 60 \text{ cm}^3$$

y como la mezcla de H_2 CH_4 era de 75 cm³

(2) $$x + y = 75 \text{ cm}^3$$

Resolviendo el sistema (1) (2)

$$x = 60 \text{ cm}^3$$
$$y = 15 \text{ cm}^3$$

o lo que es lo mismo la mezcla gaseosa contiene el 80 % de H_2 y el 20 % de CH_4

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Escribir las fórmulas desarrolladas (estructurales(de: a) 2-metil-butano. b) etil-pentano. c) 4-4-dimetil-3-etil-pentano.
2. Dar el nombre IUPAC para

a) $$CH_3-CH_2-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_2-CH_3$$

b) $$CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}=CH-CH_2-CH_3$$

3. Formular la ecuación de combustión completa del propeno.
4. El butano gaseoso ¿es más o menos denso que el aire? Densidad del aire con condiciones normales 1,3 g/l.
5. ¿Qué cantidad de oxígeno (en peso) se necesitará para quemar completamente 2 m^3 de butano, medidos en condiciones normales?
6. La combustión completa de una mezcla de metano y propano producen 108 g de H_2O y 176 g de CO_2. Calcular la composición de la mezcla.
7. ¿Cómo reaccionarán los halógenos con los hidrocarburos de enlace sencillo, doble o triple?
8. Explicar la adición de doble enlace del eteno, del ácido clorhídrico, según la teoría de ruptura del enlace π.
9. ¿Qué compuesto utilizado como explosivo, se obtiene en la nitración del tolueno?
10. ¿Qué volumen de oxígeno en condiciones normales se necesita para la combustión completa de 1 l de benceno? Densidad del benceno = 0,8 g/cm^3.
11. Formula la reacción entre el metano y el cloro. a) La reacción será de sustitución o de adición. b) Cómo se llamará el producto resultante.
12. ¿Qué volumen de cloro en condiciones normales será necesario, para obtener 1 kg de cloruro de metilo, si el rendimiento de la operación es del 80 %?
13. En un recipiente cerrado, se han introducido 100 cm^3 de una mezcla de etino y eteno, con 350 cm^3 de O_2; se inflama la mezcla y terminada la combustión queda un residuo de 82,5 cm^3 de O_2. Determinar la composición de la mezcla inicial.
14. Determinar la composición de una mezcla de eteno y monóxido de carbono, sabiendo que 60 cm^3 de la misma, inflamados con oxígeno dan 0,1866 g de CO_2.

CAPITULO XIV

COMPUESTOS OXIGENADOS Y NITROGENADOS

PROBLEMAS RESUELTOS

1. ¿Hay alguna explicación para que el metanol tenga un punto de ebullición de 225° C superior al del metano? A modo de orientación, pensar en la polaridad de las moléculas.

   Solución:

   Los alcoholes, tienen un punto de ebullición muy superior al de sus correspondientes hidrocarburos, debido a que sus moléculas se asocian por medio de puentes de hidrógeno (o enlaces de hidrógeno).

2. A la siguiente fórmula empírica C_3H_6O corresponden: aldehido y una cetona. Escribir sus fórmulas y nombrar los cuerpos correspondientes. ¿Qué clase de isomería presentan entre ellos?

   Solución:

   Fórmula empírica C_3H_6O

   $$CH_3-CH_2-C\begin{smallmatrix}\nearrow O \\ \searrow H\end{smallmatrix} \qquad \text{propanal}$$

   $$CH_3-CO-CH_3 \qquad \text{propanona}$$

   presentan entre ellos isonería funcional.

3. Un cierto compuesto orgánico de tres átomos de carbono presenta las siguientes propiedades: a) Oxidado da una cetona y reducido por hidrógeno un hidrocarburo saturado. b) Escribir su fórmula desarrollada. c) ¿Qué % de carbono tiene el compuesto en cuestión? d) ¿Podría reaccionar con el ácido acético? Nombrar el compuesto que se forme.

   Solución:

   Recordando que las cetonas se obtienen por oxidación de los alcoholes secundarios y que por reducción de alcoholes se obtienen sus correspondientes hidrocarburos saturados, se puede afirmar que el compuesto será el 2-propanol.

En efecto

$$\underset{\text{2-propanol}}{CH_3 - CHOH - CH_3} + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow \underset{\text{propanona}}{CH_3 - \overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C}H_2 - CH_3} + H_2O$$

$$CH_3 - CHOH - CH_3 + H_2 \xrightarrow{\text{(catalítica)}} \underset{\text{propano}}{CH_3 - CH_2 - CH_3} + H_2O$$

Pm del 2-propanol = 60 g

Tanto por ciento de carbono $\quad \frac{36}{60}\, 100 = 60\ \%$

Tanto por ciento de hidrógeno $\quad \frac{8}{60}\, 100 = 13{,}33\ \%$

Tanto por ciento de oxígeno $\quad \frac{16}{60}\, 100 = 26{,}66\ \%$

Podría reaccionar dando el ester correspondiente

$$CH_3 - COOH + OH - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_3 \iff \underset{\text{acetato de isopropilo}}{CH_3 - COO - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_3}$$

4. Un ácido ...... superior tiene por fórmula empírica $C_nH_{2n-2}O_2$ y de peso molecular 282. ¿Qué fórmula empírica y desarrollada tendrá si se sabe que es de cadena lineal, que adiciona por mol de ácido, un mol de yodo y que el doble entace está en el centro de la molécula? ¿Cuál será el nombre del compuesto formado después de la adición?

Solución:

Si se adiciona un mol de yodo, por cada mol de ácido es que existe un solo doble enlace. Este peso molecular de 282 g corresponde a

$$CH_3 - (CH_2)_7 - CH = CH - (CH_2)_7 - COOH$$

ácido 9-octodequenoico (ácido oleico)

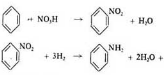
El compuesto resultante al adicionar un mol de yodo será

$$CH_3 - (CH_2)_7 - CHI - CHI - (CH_2)_7 - COOH$$

9-10-diyodo-octodecanoico

5. Queremos obtener 1 kilo de anilina a partir del benceno, con los siguientes pasos: a) Nitración del benceno. b) Hidrogenación del nitrobenceno. Escribir las reacciones y calcular las cantidades de benceno, de ácido nítrico y de hidrógeno; para obtener 100 gramos de anilina, en el supuesto de un rendimiento perfecto.

Solución:



Para obtener 1 mol de anilina se necesitan 1 mol de benceno, 1 mol de ácido nítrico y 3 moles de hidrógeno, por tanto para obtener 100 g

Pm del benceno = 78 g $\qquad x = \dfrac{78}{93}\, 100 = 83{,}87$ g de benceno

Pm del nitrilo = 63 g $\qquad y = \dfrac{63}{93}\, 100 = 67{,}74$ g de nítrico

Pm de la anilina = 93 g $\qquad z = \dfrac{6}{93} = 100 = 6{,}45$ g de hidrógeno

6. La combustión de 0,3 gramos de una sustancia que contiene C, H y N suministra, por combustión 0,44 g de CO_2 y 0,45 g de H_2O, quedando 112 cm^3 de N medio en condiciones normales. Su peso molecular vale 31 g. ¿Qué fórmula tiene dicha sustancia?

Solución:

Se recogen 0,44 g de CO_2, cuyo peso molecular es 44 g, por tanto de carbono se recogen

$$\frac{12}{44}\, 0{,}44 \text{ g} = 0{,}12 \text{ g}$$

Como de H_2O se recogen 0,45 g, eso quiere decir que de hidrógeno

$$\frac{2}{18}\, 0{,}45 \text{ g} = 0{,}04999 \text{ g} \simeq 0{,}05 \text{ g}$$

y teniendo en cuenta que 1 mol de N_2 ocupa en condiciones normales 22,4 l y que su peso molecular es 28, de N se obtiene

$$\frac{112 \text{ cm}^3}{22{,}4 \cdot 10^3 \text{ cm}^3} \times 28 \text{ g} = 0{,}14 \text{ g}$$

Es decir que 0,3 g de esa sustancia contienen 0,12 g de C, 0,05 de H y 0,14 g de N, luego 1 mol cuyo peso es de 31 g contiene respectivamente

$$\frac{0{,}12}{0{,}3} \times 31 \text{ g} = 12{,}4 \text{ g de C} \qquad \simeq 12 \text{ g}$$

$$\frac{0,05}{0,3} \times 31 \text{ g} = 5,16 \text{ g de H} \qquad \simeq 5 \text{ g}$$

$$\frac{0,14}{0,3} \times 31 \text{ g} = 14,46 \text{ g de N} \qquad \simeq 14 \text{ g}$$

La fórmula empírica es

$$CH_5N \quad \text{o bien} \quad CH_3 - NH_2$$

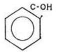
que es la metil-amina.
Puede comprobarse que su peso molecular es 31 g mol.

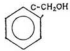
PROBLEMAS PROPUESTOS

1. ¿Qué significa alcohol primario, alcohol secundario y alcohol terciario? Escribir una fórmula de cada uno de ellos y darles el nombre correspondiente.
2. A la fórmula empírica $C_4H_{10}O$ corresponden 4 alcoholes distintos y 3 éter-óxido. Escribir sus fórmulas, darles el nombre correspondiente y decir qué clase de isomería existe entre todos ellos.
3. Escribir las ecuaciones que correspondan para pasar de

   Alcohol primario → Acido carboxílico
   Alcohol primario → Eter
   Alcohol primario → Ester

   Se darán los nombres de los productos reaccionantes y de los productos de la reacción.
4. Dar nombre a los siguientes compuestos





   ¿Cuál de los dos esterificará mejor?
5. ¿Qué es la glicerina? ¿Y la llamada nitroglicerina?
6. Se desean obtener 2 kilos de etanal a partir del acetileno por hidratación catalítica. Si el rendimiento de la reacción es del 40 %, determinar el acetileno necesario para esta obtención.
7. a) Escribir la fórmula general de un ácido orgánico (ácido carboxílico). b) En particular escribe la fórmula de un ácido dicarboxílico de cuatro átomos de carbono. Darle el nombre correspondiente.
8. Escribe la forma enólica del ácido α-cetopropanoico.
9. El ácido-alcohol que tiene por fórmula $C_3H_6O_3$ puede dar dos isomeros, uno activo a la luz polarizada, y otro, no. ¿De qué cuerpo se trata? A su vez el compuesto activo, ¿cuántos isomeros tendría?
10. a) Escribir la reacción de hidrolisis del propanoato de metilo. ¿Qué compuestos se forman? b) Escribir la reacción de saponificación del compuesto anteriormente citado con hidróxido potásico.

11. ¿Qué es un halogenuro de alquilo y un halogenuro de acilo? Escribir: a) Cloruro de etilo. b) Cloruro de etanoilo.
12. Escribir las fórmulas siguientes y formar las parejas convenientes. a) Etil-amina. b) Metil-etil-amina. c) Fenil-amina. — 1. Secundaria. 2. Primaria. 3. Aromática.
13. Las toluidinas tienen la fórmula empírica

$$C_6H_4\begin{cases} CH_3 \\ NH_2 \end{cases}$$

Escribir sus fórmulas desarrolladas y darles los nombres correspondientes.
14. ¿Por qué las aminas tienen carácter básico? Escribir la reacción de la etil-amina con el agua. ¿Qué catión se formará?
15. Escribir la acetamida, la propanamida y la diamida del ácido carbónico (urea).
16. ¿Qué cuerpos se producen en la hidratación gradual de los nitrilos?

$$\text{Acetonitrilo} + H_2O \rightarrow X + H_2O \rightarrow Y$$

Da los nombres correspondientes.
17. La urea por una hidrolisis enzimática se descompone dando amoníaco libre. a) Escribir la reacción. b) ¿Qué volumen de amoníaco en CN se desprenden cuando se hayan descompuesto 10 gramos de urea?
18. a) Escribir las reacciones que permiten pasar del etanol a la acetamida. b) ¿Cuántos gramos del primero se necesitan para obtener 200 g de la segunda, suponiendo que el rendimiento de la operación es del 70 %?

CAPITULO XV

ISOMERIA

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Escribir las fórmulas posibles del alcohol C_3H_7OH, indicando las clases de isomería que pueden presentarse.

   Solución:

   C_3H_7OH

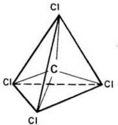
$CH_3 - CH_2 - CH_2OH$	propanol
$CH_3 - CHOH - CH_3$	2-propanol

   Presentan isomería de posición.

2. Dibújese una representación tridimensional que muestre la distribución espacial de los átomos en el tetracloruro de carbono y en el cis y trans 1-2-dicloro-eteno.

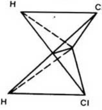
   Solución:

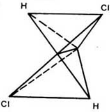
   Cl_4C tetracloruro de carbono



CHCl = CHCl dicloro eteno

cis trans





3. Un ácido-alcohol responde a la siguiente fórmula empírica $C_3H_6O_3$.. a) Escribir las fórmulas de dos isómeros de posición. b) ¿Cuál de esos dos isómeros presentará actividad óptica? c) ¿Cuántos isómeros en total corresponden a este ácido-alcohol?

Solución:

$C_3H_6O_3$

a)

$CH_3 - \overset{*}{C}HOH - COOH$ 2 propanol-oico

$CH_2OH - CH_2 - COOH$ 3 propanol-oico

b) Presentará actividad óptica el primero de ellos ya que tiene un carbono asimétrico.

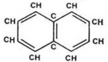
c) Tendrá el 2-propanol-oico, dextrógiro, levógiro, el racémico por compensación y el 3 propanol-oico.

4. Dar nombre y representar el compuesto de fórmula empírica $C_{10}H_8$. Dar nombre y escribir los isomeros del derivado monosustituido $C_{10}H_7 - CH_3$.

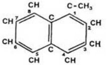
Solución:

$C_{10}H_8$

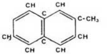
naftaleno



1-metil-naftaleno
α-metil-naftaleno



2-metil-naftaleno
β-metil-naftaleno



Los carbonos 1, 4, 5 y 8 se les denomina también «carbonos α» y los 2, 3, 6 y 7, carbonos β.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. ¿Qué es luz polarizada?
2. ¿Cuándo decimos que una sustancia es «activa» a la luz polarizada?
3. ¿Da lo mismo decir compuesto «racémico» o inactivo por naturaleza?
4. ¿A qué clase de isomería podría dar lugar el hidrocarburo buteno?
5. Indicar cuál es el átomo de carbono asimétrico en las estructuras siguientes:
   a) $CH_3 - CHBr - CH_2 - CH_3$.
   b) $COOH - CH_2 - CHOH - COOH$.
   Dibujar el esquema de proyección correspondiente.
6. Escribir la forma enólica del ácido pirúvico

$$CH_3 - CO - COOH$$

   y darles a las dos formas el correspondiente nombre.
7. Escribir dos isómeros cis-trans con su estructura $C_4H_6Cl_2$.
8. ¿Qué es tantomería?
9. Escribir la forma enólica del compuesto 2-butanona.
10. Escribir la forma enólica del compuesot α-ceto-butanoico. nombres.
11. Escribir los derivados bisustituidos del compuesto $C_6H_2(OH)_4$ y dar sus nombres.
12. Dar nombre al siguiente compuesto

$$C_6H_5 - CH_2 - CHOH - CH_3$$

   a) ¿Presentan actividad a la luz polarizada? b) ¿Cuántos isomeros ópticos tendrán?

CAPITULO XVI

SUSTANCIAS DE INTERES BIOLOGICO (GLUCIDOS, GRASAS Y PROTEINAS)

PROBLEMAS RESUELTOS

1. ¿Qué diferencias puedes citar entre la glucosa y la sacarosa?

Solución:

a) La glucosa es un monosacárido $C_6H_{12}O_6$, la sacarosa es un disacárido $C_{12}H_{22}O_{11}$.
b) La glucosa reduce al licor de Fehling por tener una función aldehido.
La sacarosa no reduce al licor de Fehling ya que tiene «bloqueada» la función aldehido.
c) La glucosa se encuentra en el zumo de uva, mientras que la sacarosa se extrae de la caña de azúcar y de la remolacha.
d) La glucosa fermenta espontáneamente (fermentación alcohólica)

$$C_6H_{12}O_6 \xrightarrow{\text{fer.}} 2CO_2 + 2CH_3 - CH_2OH$$

La sacarosa no es directamente fermentable.

2. Un ester que por saponificación no dé glicerina, ¿será una grasa?

Solución:

Una grasa es un ester de ácido graso y glicerina.
Un ester que por saponificación no dé glicerina no será una grasa.

3. ¿Pueden los organismos animales sintetizar albuminoides a partir de CO_2, H_2O y nitrógeno?, ¿y las plantas?

Solución:

Solamente las plantas son capaces de sintetizar albuminoides a partir de compuestos orgánicos como el CO_2, H_2O y N_2.
Las leguminosas son las únicas que realmente pueden sintetizar albuminoides a partir de nitrógeno elemental (tomado del aire), debido a la acción de las bacterias que se encuentran en las nudosidades de sus raíces.
El resto de las plantas, aprovechan el nitrógeno combinado (abonos naturales o artificiales nitrogenados).

4. Para valorar la acidez de un aceite se han neutralizado 10 g de éste con 4 cm^3 de KOH, 0,1 N. ¿Cuál es el índice de acidez de este aceite?

Solución:

$$\text{Pm del KOH} = 56{,}1 \text{ g}$$

Una disolución normal de KOH tiene 56,1 g l como la utilizada es 0,1 N tendrá 5,61 g/l.

Por tanto los 4 cm^3 empleados contienen

$$\frac{5{,}61 \text{ g}}{1\,000 \text{ cm}^3} \times 4 \text{ cm}^3 = 0{,}0224 \text{ g} = 22{,}4 \text{ mg}$$

luego por cada gramo — 2,24 mg de KOH, y según la definición que se dio en el problema 12, el índice es 2,24.

5. ¿Cuánto jabón sódico se obtendrá a partir de 1 kg de oleina?

Solución:

$$\underset{\text{oleina}}{[CH_3-(CH_2)_7-CH=CH-(CH_2)_7-COO]_3C_3H_5} + 3NaOH \rightarrow$$

$$\rightarrow \underset{\text{glicerina}}{C_3H_5(OH)_3} + \underset{\text{oleato sódico}}{3CH_3-(CH_2)_7-CH=CH-(CH_2)_7-COONa}$$

$$\text{Pm de la oleina} = 884 \text{ g}$$
$$\text{Pm del oleato sódico} = 304 \text{ g}$$

Con un mol de oleina se obtienen tres moles de jabón. Luego con un kg:

$$x = \frac{304 \times 3 \text{ g}}{884 \text{ g}} \cdot 1\,000 \text{ g} = 1\,031{,}61 \text{ g de jabón sódico}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. ¿Cómo se clasifican los hidratos de carbono?
2. ¿Una aldotetrosa, tendrá actividad óptica? Razona la respuesta.
3. ¿Cómo se obtiene industrialmente la glucosa?
4. ¿Por qué la maltosa tiene poder reductor y la sacarosa no?
5. ¿Cómo se puede reconocer si un almidón proviene de la patata, del arroz o del maíz?
6. ¿Puede obtenerse alcohol a partir de la patata? ¿Y de la madera? Razona las respuestas.
7. ¿Qué es la nitrocelulosa? ¿Cómo se obtiene?
8. Las grasas naturales, ¿son especies químicas puras?
9. ¿Qué ventaja tiene el hidrogenar grasas líquidas?
10. ¿Cómo sabríamos si un aceite comestible tiene poca o mucha acidez?
11. ¿Cómo explicamos que las proteínas tengan carácter anfótero?
12. ¿A qué se llama grupo «prostético» en los proteidos?

13. ¿A qué se llama «acción hidrolítica» sobre los glúcidos y los albuminoides? ¿Quién puede catalizar estas acciones hidrolíticas?
14. ¿Cuántos gramos de alcohol etílico y qué volumen de CO_2 en condiciones normales, se obtendrán por fermentación alcohólica de 100 g de glucosa si la operación tiene un rendimiento del 80 %?
15. Escribir el tripéptido formado por dos moles de alanina y un mol de glicina.

POLIMEROS DE INTERES INDUSTRIAL

PROBLEMAS RESUELTOS

1. ¿Qué diferencia hay entre polimerización y condensación?

Solución:

En la polimerización, se unen directamente los monomeros para producir el polimero.

$$\text{M Monomero} \rightarrow \text{Polimero}$$

Por ejemplo el etileno (o eteno) en presencia de un catalizador, da lugar al polietileno.

$$\begin{array}{ccccccc} H & H & H & H & & & H \quad H \quad H \quad H \\ | & | & | & | & & & | \quad\;\; | \quad\;\; | \quad\;\; | \\ C = C & + & C = C & & \rightarrow & & H - C - C - C = C - H \\ | \;\;\; | & & | \;\;\; | & & & & | \quad\;\; | \\ H \;\; H & & H \;\; H & & & & H \quad H \end{array}$$

continuando el pproceso quedará al final

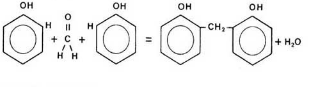
$$\begin{array}{c} \qquad\qquad H \quad H \\ CH_3 - [CH_2]_n - C = C - H \end{array}$$

Polimero (normalmente politeno).

En la condensación, al ir reaccionado entre sí las moléculas del monómero van siendo eliminadas algunas moléculas pequeñas, generalmente de agua.

M_1 monómero$_1$ + M_2 monómero$_2$ = polimero + moléculas simples

Ejemplo:



FENOL METANAL **DIMERO FENOL-METANAL**

Repitiendo el proceso se obtiene el plástico baquelita.

2. ¿Existe alguna relación entre las propiedades físicas de una sustancia y su estructura molecular? Ejemplo.

Solución:

Las propiedades físicas de un compuesto, están íntimamente ligadas a su estructura molecular. En general las macromoléculas de estructura lineal no se comportan de la misma forma, que las macromoléculas que forman enlaces tridemensionales.

Los primeros suelen ser líquidos o sólidos blandos y fácilmente moldeables por el calor, mientras que los segundos son difícilmente moldeables por el calor, como la baquelita.

3. ¿Cuándo se dice que una sustancia plástica es termolábil y cuándo termoestable?

Solución:

Una sustancia plástica es termolábil (o termoplástico), cuando aunque a la temperatura ambiente sean generalmente rígidas, funden sin descomposición y pueden ser moldeados fácilmente.

Las sustancias plásticas denominadas termoestables, se llaman así porque son densas e inflexibles. No pueden fundirse, pero pueden tornearse y cortarse. Las piezas fabricadas con estos plásticos se realizan formando el polímero en el propio molde. Su estructura molecular es de red tridimensional. Un ejemplo característico es el ya mencionado, denominado baquelita.

4. Escribir las fórmulas del trimetil-silanol y del dimetil-silano-diol.

Solución:

a) Trimetil-silanol

$$\begin{array}{c} CH_3 \\ | \\ CH_3 - Si - OH \\ | \\ CH_3 \end{array}$$

b) Dimetil-silano-diol.

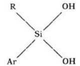
$$\begin{array}{c} OH \\ | \\ CH_3 - Si - OH \\ | \\ CH_3 \end{array}$$

5. ¿Qué son las siliconas? ¿En qué se basa su capacidad para hacer «hidrófugas» la superficie de los materiales?

Solución:

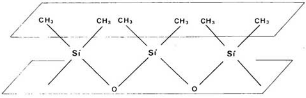
Los siliconas son nuevos materiales plásticos en los que el carbono ha sido sustituido por el silicio.

Monomero generalizado de las siliconas.



R; radical aquílico.
Ar; radical arilo.

Su capacidad para repeler el agua es debido a su estructura, como, por ejemplo, en la siguiente silicona.



El plano superior que contiene los radicales — CH_3 que son apolares, no tienen la menor afinidad hacia las moléculas polares del agua, por lo que éstas no se adhieren (propiedad hidrófuga).

6. a) Formula el isopreno (2 metil-butadieno), que es el monómero del caucho. b) Representa la unidad estructural del caucho natural.

Solución:

a)
$$CH_2 = \underset{CH_3}{C} - CH = CH_2$$

2-metil-butadieno (isopreno)

b)
$$n\,CH_2 = \underset{CH_3}{C} - CH = CH_2 \longrightarrow \left[- CH_2 - \underset{CH_3}{C} = CH - CH_2 - \right]_n$$

Caucho

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. ¿Qué es un copolímero? Ejemplo.
2. Cita algún ejemplo de macromoléculas naturales. Razona la respuesta.
3. ¿A qué tipo de resina pertenece el nylon?

4. Escribir las fórmulas del silano, disilano y trisilano.
5. Formular: a) El claoetano o cloruro de vinilo. b) Polímero correspondiente.
6. Formular: a) 2-metil-propenoato de metilo. b) Polímero correspondiente (plexiglás).
7. Formular: a) Estireno (fenil-eteno). b) Polímero correspondiente (poliestireno).
8. ¿Qué es el caucho?
9. ¿En qué consiste la vulcanización del caucho?
10. Formular: a) 2-cloro-butadieno (cloro-preno). b) Polímero correspon- (neopreno).
11. Formular: a) Tetrafluor-eteno. b) Polímero correspondiente (teflón).

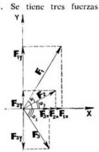
F I S I C A

CAPITULO I

CALCULO VECTORIAL

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Se tiene tres fuerzas concurrentes cuyos módulos son: $F_1 = 6$ kp, $F_2 = 3$ kp, $F_3 = 4$ kp, que forman, respectivamente, los siguientes ángulos con el eje OX: 45°, 30° y —60°. Las fuerzas están en el mismo plano. Calcular al módulo de la resultante y el coseno del ángulo que forman con el eje OX.



Problema 1

Solución:

$$\varphi_1 = 45° \qquad \varphi_2 = 30° \qquad \varphi_3 = -60°$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y$$

$$\left.\begin{array}{l} F_x = F_{1x} + F_{2y} + F_{3y} \\ F_y = F_{1y} + F_{2x} + F_{3x} \end{array}\right| \begin{array}{l} F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \cos\varphi = \dfrac{F_x}{F} \end{array}$$

$$F_{1x} = F_1 \cos\varphi_1 = 6\frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \qquad F_{1y} = F_1 \operatorname{sen}\varphi_1 = 6\frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$F_{2x} = F_2 \cos\varphi_2 = 3\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad F_{2y} = F_2 \operatorname{sen}\varphi_2 = 3\frac{1}{2}$$

$$F_{3x} = F_3 \cos\varphi_3 = 4\frac{1}{2} = 2 \quad F_{3y} = F_3 \operatorname{sen}\varphi_3 = 4\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -2\sqrt{3}$$

$$F_x = 3\sqrt{2} + 3\frac{\sqrt{3}}{2} + 2 = 8{,}82 \text{ kp}$$

$$F_y = 3\sqrt{2} + 3\frac{1}{2} - 2\sqrt{3} = 2{,}33 \text{ kp}$$

$$F = \sqrt{8{,}82^2 + 2{,}33^2} \simeq 9 \text{ kp} \qquad \cos \varphi = \frac{F_x}{F} = \frac{8{,}82}{9} = 0{,}98$$

La fuerza resultante toma el valor:

$$\boxed{\mathbf{F} = 8{,}82\,\mathbf{i} + 2{,}33\,\mathbf{j}}$$

2. Determinar el producto escalar y el producto vectorial de los vectores:

$$\mathbf{v} = 3\,\mathbf{i} - 6\,\mathbf{j} + 2\,\mathbf{k}$$
$$\mathbf{v}' = \mathbf{i} + 2\,\mathbf{j} - 3\,\mathbf{k}$$

Solución:

1)

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}' = xx' + yy' + zz' = 3 \times 1 + (-6)\,2 + 2\,(-3) = -15$$

2)

$$\mathbf{v} \wedge \mathbf{v}' = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & z \\ x' & y' & z' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 3 & -6 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix} = -22\,\mathbf{i} + 11\,\mathbf{j} + 12\,\mathbf{k}$$

3. Las componentes coordenadas de un vector v son:

$$x = a \operatorname{sen} \pi t$$
$$y = a \cos \pi t$$
$$z = a$$

donde a es constante y t es la variable escalar independiente, se pide: 1) Hallar su derivada. 2) Comprobar que v y dv/dt son perpendiculares.

Solución:

$$\mathbf{v} = a\,(\mathbf{i} \operatorname{sen} \pi t + \mathbf{j} \cos \pi t + \mathbf{k})$$

1)

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = a\,(\mathbf{i}\,\pi \cos \pi t - \mathbf{j}\,\pi \operatorname{sen} \pi t)$$

2)

$$\mathbf{v} \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dt} = a^2 \pi \operatorname{sen} \pi t \cos \pi t - a^2 \pi \cos \pi t \operatorname{sen} \pi t = 0$$

luego son perpendiculares.

4. Dados los siguientes vectores:

$$\mathbf{M} = \frac{1}{7}\,(2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 6\mathbf{k})$$

$$\mathbf{N} = \frac{1}{7}\,(3\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 2\mathbf{k})$$

$$\mathbf{P} = \frac{1}{7}(6\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k})$$

demuéstrese: 1) que sus respectivos módulos valen la unidad. — 2) que son perpendiculares entre sí. — 3) Que **P** es el producto de **M** por **N**.

Solución:

$$\mathbf{M}\left|\begin{array}{l} M_x = \dfrac{2}{7} \\[2mm] M_y = \dfrac{3}{7} \\[2mm] M_z = \dfrac{6}{7} \end{array}\right. \qquad \mathbf{N}\left|\begin{array}{l} N_x = \dfrac{3}{7} \\[2mm] N_y = -\dfrac{6}{7} \\[2mm] N_z = \dfrac{2}{7} \end{array}\right. \qquad \mathbf{P}\left|\begin{array}{l} P_x = \dfrac{6}{7} \\[2mm] P_y = \dfrac{2}{7} \\[2mm] P_z = -\dfrac{3}{7} \end{array}\right.$$

1)

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{7}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^2 + \left(\frac{6}{7}\right)^2} = 1$$

$$N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2 + N_z^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{7}\right)^2 + \left(-\frac{6}{7}\right)^2 + \left(\frac{2}{7}\right)^2} = 1$$

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2} = \sqrt{\left(\frac{6}{7}\right)^2 + \left(\frac{2}{7}\right)^2 + \left(-\frac{3}{7}\right)^2} = 1$$

2) Será verdad si:

$$\mathbf{M}\cdot\mathbf{N} = 0 \qquad \mathbf{N}\cdot\mathbf{P} = 0 \qquad \mathbf{P}\cdot\mathbf{M} = 0$$

$$\mathbf{M}\cdot\mathbf{N} = M_x N_x + M_y N_y + M_z N_z = \frac{2}{7}\frac{3}{7} - \frac{3}{7}\frac{6}{7} + \frac{6}{7}\frac{2}{7} = 0$$

$$\mathbf{N}\cdot\mathbf{P} = N_x P_x + N_y P_y + N_z P_z = \frac{3}{7}\frac{6}{7} - \frac{6}{7}\frac{2}{7} - \frac{2}{7}\frac{3}{7} = 0$$

$$\mathbf{P}\cdot\mathbf{M} = P_x M_x + P_y M_y + P_z M_z = \frac{6}{7}\frac{2}{7} + \frac{2}{7}\frac{3}{7} - \frac{3}{7}\frac{6}{7} = 0$$

3)

$$\mathbf{M}\wedge\mathbf{N} = \mathbf{P}$$

$$\mathbf{M}\wedge\mathbf{N} = (M_y N_z - M_z N_y)\,\mathbf{i} + (M_z N_x - M_x N_z)\,\mathbf{j} + (M_x N_y - M_y N_x)\,\mathbf{k} =$$

$$= \left(\frac{3}{7}\frac{2}{7} + \frac{6}{7}\frac{6}{7}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{6}{7}\frac{3}{7} - \frac{2}{7}\frac{2}{7}\right)\mathbf{j} + \left(-\frac{2}{7}\frac{6}{7} - \frac{3}{7}\frac{3}{7}\right)\mathbf{k} =$$

$$= \frac{6}{7}\mathbf{i} + \frac{2}{7}\mathbf{j} - \frac{3}{7}\mathbf{k} = \mathbf{P}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Una pequeña lancha atraviesa un río de 50 metros de anchura; al mismo tiempo la corriente le arrastra 60 m aguas abajo. ¿Qué camino ha recorrido?
2. Un nadador recorre una piscina de 100 m en dos minutos. Va a nadar al río observando antes de lanzarse al agua, que un trozo de madera que flota en ella recorre en un minuto 20 m. Calcular el tiempo que tardará el nadador en recorrer 100 m en el río, según vaya a favor o en contra de la corriente.
3. Demostrar que los siguientes sistemas son nulos: 1) Tres vectores iguales y concurrentes, formando ángulos entre sí de 120°. — 2) Cinco vectores iguales y concurrentes, formando ángulos entre sí de 72°.
4. Deseamos volar en un avión a 500 km/h hacia el E, la velocidad del viento es 80 km/h. ¿Cuál debe ser la velocidad y rumbo de nuestro avión? 1) Si el viento sopla hacia el S. — 2) Si el viento sopla hacia el SE. — 3) Si el viento sopla hacia el SO.
5. Hallar el valor del producto escalar de dos vectores, **a** y **b**, en los siguientes casos: 1) **a** y **b** coinciden en dirección y sentido. — 2) El ángulo que forman **a** y **b** es de 60°. — 3) **a** y **b** son perpendiculares entre sí. — 4) **a** y **b** forman un ángulo igual a 120°. — 5) **a** y **b** son de la misma dirección y sentido contrario.
6. Determinar el módulo, la dirección y sentido del producto vectorial de dos vectores **a** y **b** en los siguientes casos: 1) **a** y **b** coinciden en dirección y sentido. — 2) El ángulo que forman **a** y **b** es de 30°. — 3) **a** y **b** son perpendiculares entre sí. — 4) El ángulo que forman **a** y **b** es de 150°. — 5) **a** y **b** son de la misma dirección y sentido contrario.
7. Determinar el módulo y dirección de la suma de los vectores:

$$\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$$
$$\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$$

8. Hallar el producto escalar de los vectores del problema anterior.
9. Determinar el producto vectorial del os vectores del problema núm. 7.
10. Demostrar que los vectores:

$$\mathbf{a} = 4\mathbf{i} + 8\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$$
$$\mathbf{b} = 6\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$$

son perpendiculares entre sí.

11. Dados los vectores coplanarios $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ y $\mathbf{b} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j}$: 1) Calcular su producto vectorial. — 2) Comprobar, por medio del producto escalar, que el vector **p** antes hallado es perpendicular al **a** y **b**. 3) ¿Dónde estará situado el vector $\mathbf{s} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$?
12. Dado el vector:

$$\mathbf{S} = R\,(\mathbf{i}\cos wt + \mathbf{j}\operatorname{sen} wt)$$

donde R y w son constantes y t es la variable escalar independiente, se pide: 1) Hallar su módulo. — 2) Hallar su derivada. — 3) Calcular el módulo de dicha derivada. — 4) Comprobar que **S** y $d\mathbf{S}/dt$ son aquí perpendiculares.

CAPITULO II

CINEMATICA

PROBLEMAS RESUELTOS

1. La fórmula que da la posición de una partícula que se mueve en trayectoria recta, escrita en el sistema Giorgi es:

$$x = 7t^3 - 2t^2 + 3t - 1$$

Calcular: 1) Ecuación de la velocidad. — 2) Ecuación de la aceleración. —3) Espacio recorrido por la partícula en el intervalo de 2 a 3 s.

Solución:

1)

$$v = \frac{dx}{dt} = 21\,t^2 - 4\,t + 3$$

2)

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 42\,t - 4$$

3) En el instante $t = 2$ s la distancia de la partícula al origen de los espacios será:

$$x_2 = 7 \times 8 - 2 \times 4 + 3 \times 2 - 1 = 53 \text{ m}$$

y para $t = 3$ s será:

$$x_3 = 7 \times 27 - 2 \times 9 + 3 \times 3 - 1 = 179 \text{ m}$$

luego el espacio recorrido será:

$$x = x_3 - x_2 = 126 \text{ m}$$

2. La ecuación de la velocidad de una partícula que se mueve en trayectoria recta, viene dada en el sistema Giorgi por:

$$v = 4\,t^2 - 6\,t + 2$$

Sabiendo que el origen de los espacios se encuentran a 3 m a la izquierda del origen de los tiempos. Calcular: 1) Ecuación de la posición en cualquier instante. — 2) Ecuación de la aceleración. — 3) La velocidad del móvil en el origen de los tiempos. — 4) Aceleración media entre los instantes $t = 1$ s y $t = 2$ s.

Solución:

1)

$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow ds = (4\,t^2 - 6\,t + 2)\,dt$$

$$s = \int (4\,t^2 - 6\,t + 2)\,dt = \frac{4\,t^3}{3} - 3\,t^2 + 2\,t + C \left|\begin{array}{l} t = 0 \\ C = s_0 = 3 \end{array}\right|$$

$$s = \frac{4\,t^3}{3} - 3\,t^2 + 2\,t + 3$$

2)

$$a = \frac{dv}{dt} = 8\,t - 6$$

3)

$$t = 0 \qquad v = v_0 = 2 \text{ m/s}$$

4)

$$\begin{array}{ll} t = 1 & v_1 = 0 \\ t = 2 & v_2 = 6 \text{ m/s} \end{array} \left| \; \bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = 6 \text{ m/s}^2 \right.$$

3. Una partícula que posee un movimiento rectilíneo recorre un espacio de 7 m antes de empezar a contar el tiempo, y cuando $t = 2$ s posee una velocidad de 4 m/s. Si la ecuación de su aceleración escrita en unidades del sistema Giorgi es:

$$a = 3\,t^2 - 1$$

Calcular: 1) Ecuación de la velocidad y posición. — 2) La velocidad media de la partícula entre los instantes $t = 2$ s y $t = 4$ s. — 3) Distancia al origen de los tiempos cuando $t = 7$ s.

Solución:

1)

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = (3\,t^2 - 1)\,dt \Rightarrow v = \int (3\,t^2 - 1)\,dt$$

$$v = t^3 - t + C \left|\begin{array}{l} t = 2 \\ 4 = 8 - 2 + C \end{array}\right| C = v_0 = -2 \text{ m/s}$$

$$v = t^3 - t - 2$$

$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow ds = (t^3 - t - 2)\,dt \Rightarrow s = \int (t^3 - t - 2)\,dt$$

$$s = \frac{1}{4}\,t^4 - \frac{1}{2}\,t^2 - 2\,t + C \left|\begin{array}{l} t = 0 \\ C = s_0 = 7 \text{ m} \end{array}\right| s = \frac{1}{4}\,t^4 - \frac{1}{2}\,t^2 - 2\,t + 7$$

2)

$$\left.\begin{array}{ll} t = 2\ \text{s} & s_2 = 13\ \text{m} \\ t = 4\ \text{s} & s_4 = 71\ \text{m} \end{array}\right| \quad \text{El espacio total recorrido en los dos segundos será:}$$

$$s = s_4 - s_2 = 58\ \text{m}$$

$$\bar{v} = \frac{58}{2} = 29\ \text{m/s}$$

3)

$$S = s - s_0 = \frac{1}{4}\,t^4 - \frac{1}{2}\,t^2 - 2\,t = 610{,}75\ \text{m}$$

4. El radio vector de un punto móvil queda determinado por las siguientes componentes:

$$x = 4 + 3\,t \qquad y = t^3 + 5 \qquad z = 2\,t + 4\,t^2$$

en las que x, y, z vienen expresadas en cm y el tiempo en segundos. Determinar la velocidad y la aceleración del punto en el instante $t = 1$ s.

Solución:

$$\mathbf{r} = (4 + 3\,t)\,\mathbf{i} + (t^3 + 5)\,\mathbf{j} + (2\,t + 4\,t^2)\,\mathbf{k}$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = 3\,\mathbf{i} + 3\,t^2\,\mathbf{j} + (2 + 8\,t)\,\mathbf{k}$$

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = 6\,t\,\mathbf{j} + 8\,\mathbf{k}$$

$$t = 1\ \text{s} \quad \left| \begin{array}{l} \boxed{\mathbf{v} = 3\,\mathbf{i} + 3\,\mathbf{j} + 10\,\mathbf{k}} \\[2ex] \boxed{\mathbf{a} = 6\,\mathbf{j} + 8\,\mathbf{k}} \end{array} \right.$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. La posición de una partícula que se mueve en trayectoria recta escrita en els istema Giorgi es:

$$x = 4\,t^2 - 3\,t + 5$$

Calcular: 1) Ecuación de la velocidad. 2) Ecuación de la aceleración. 3) Velocidad inicial. 4) Instante en que la velocidad es nula.

2. La ecuación de la velocidad de una partícula que se mueve en trayectoria recta, viene dada en el sistema Giorgi por:

$$v = 3\,t^2 + 6$$

sabiendo que a los 2 segundos de empezar a contar el tiempo la partícula se encuentra a 4 metros del origen de espacios, se pide calcular: 1) Ecuación de la posición en cualquier instante. 2) Ecuación de la aceleración. 3) Velocidad media en el intervalo de 2 a 3 segundos.

3. La ecuación de la aceleración de una partícula que se mueve en trayectoria recta, viene dada en el sistema Giorgi por:

$$a = 2\,t + 1$$

sabiendo que la velocidad se anula un segundo después de empezar a contar el tiempo y que el origen de tiempos y espacios coinciden, calcular: 1) Ecuación de la velocidad. 2) Ecuación de la posición.

4. Si el radio vector que nos define la posición de una partícula viene dado por:

$$\mathbf{r} = (3\,t^2 - 5)\,\mathbf{i} + 7\,\mathbf{j} \quad (3\,t - 1)\,\mathbf{k}$$

Calcular las expresiones del vector velocidad y del vector aceleración.

5. La ecuación de un movimiento viene dada por la expresión:

$$x = A \operatorname{sen}(w\,t + \varphi)$$

en la que A, w y φ son constantes y t es el tiempo (variable escalar).
Calcular las expresiones de la velocidad y de la aceleración en cualquier instante y en cualquier posición.

CAPITULO III

ESTUDIO CINEMATICO DE DIVERSOS MOVIMIENTOS PARTICULARES

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un ciclista marcha por una región donde hay muchas subidas y bajadas. En las cuestas arriba lleva una velocidad constante de 5 km/h y en las cuestas abajo de 20 km/h. ¿Cuál es su velocidad media si las subidas y bajadas tienen la misma longitud?

   Solución:

$$\bar{v} = \frac{s_{\text{total}}}{t_{\text{total}}} = \frac{s_{\text{subidas}} + s_{\text{bajas}}}{t_{\text{total}}} = \frac{2\,s}{\dfrac{s}{v_1} + \dfrac{s}{v_2}} = \frac{2\,v_1\,v_2}{v_1 + v_2} = 8 \text{ km/h}$$

2. Dos cuerpos A y B situados a 2 km de distancia salen simultáneamente en la misma dirección ambos con movimiento uniformemente acelerado, siendo la aceleración del más lento, el B, de 0,23 cm/s². Deben encontrarse a 3,025 km de distancia del punto de partida del cuerpo B. Calcular el tiempo que invertirán en ello y cuál será la aceleración de A, así como las velocidades de los dos en el momento de encontrarse.

   Solución:

$$S_B = \frac{1}{2}\,a_B\,t^2 \;\Rightarrow\; t^2 = \sqrt{\frac{2 \times 302500}{0{,}32}} = 1\,375 \text{ s}$$

$$S_A = \frac{1}{2}\,a_A\,t^2 \;\Rightarrow\; a_A = \frac{2 \times 502\,500}{1\,375^2} \simeq 0{,}53 \text{ cm/s}^2$$

$$v_A = a_A\,t \simeq 728 \text{ cm/s}$$

$$v_B = a_B\,t \simeq 440 \text{ cm/s}$$

3. Desde lo alto de una torre se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con la velocidad de 15 m/s. La piedra llega a una determinada altura y comienza a caer por la parte exterior de la torre. Tomando como origen de coordenadas el punto de lanazmiento, calcular la posición y velocidad de la piedra al cabo de 1 y 4 segundos después de su salida.

Asimismo calcular la velocidad cuando se encuentra a 8 m por encima del punto de partida y cuando cayendo pasa por el citado punto de partida. ¿Cuánto tiempo transcurre desde que se lanzó hasta que vuelve a pasar por dicho punto?

Solución:

Serán magnitudes positivas las que van hacia arriba. Las ecuaciones de este movimiento serán:

$$v = v_0 - g\,t \qquad s = v_0\,t - \frac{1}{2}\,g\,t^2 \qquad \left|\begin{array}{l} v_0 = 10 \text{ m/s} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \end{array}\right.$$

$$h = 8 \text{ m} \left|\begin{array}{l} v = 15 - 10 \times 1 = 5 \text{ m/s (subiendo)} \\ h = 15 \times 1 - \dfrac{1}{2}\,10 \times 1^2 = 10 \text{ m} \end{array}\right.$$

$$h = 0 \left|\begin{array}{l} v = 15 - 10 \times 4 = -25 \text{ m/s (bajando)} \\ h = 15 \times 4 - \dfrac{1}{2}\,10 \times 16 = -20 \text{ m} \end{array}\right.$$

$$t = 1 \text{ s} \left|\begin{array}{l} 8 = 15\,t - \dfrac{1}{2}\,10\,t^2 \quad \left|\begin{array}{l} t_1 = 0{,}7 \text{ s} \\ t_2 = 2{,}3 \text{ s} \end{array}\right. \\ v_1 = 15 - 10 \times 0{,}7 = 8 \text{ m/s} \\ v_2 = 15 - 10 \times 2{,}3 = -8 \text{ m/s} \end{array}\right.$$

$$t = 4 \text{ s} \left|\begin{array}{l} 0 = 15\,t - \dfrac{1}{2}\,10\,t^2 \quad \left|\begin{array}{l} t_1 = 0 \\ t_2 = 3 \text{ s} \end{array}\right. \\ v_1 = 15 - 0 \times 10 = 15 \text{ m/s} \\ v_2 = 15 - 3 \times 15 = -15 \text{ m/s} \end{array}\right.$$

4. Dos proyectiles se lanzan verticalmente de abajo a arriba con dos segundos de intervalo, el primero con una velocidad inicial de 50 m/s y el segundo con la velocidad inical de 80 m/s. ¿Cuál será el tiempo transcurrido hasta que los dos se encuentren a la misma altura? ¿A qué altura sucederá? ¿Qué velocidad tendrá cada uno en ese momento?

Solución:

$$h = 50\,t - 4{,}9\,t^2 = 80\,(t-2) - 4{,}9\,(t-2)^2$$

$$t \simeq 3{,}62 \text{ s}$$

$$h \simeq 50 \times 3{,}62 - \frac{1}{2}\,9{,}8 \times 3{,}62^2 = 116{,}8 \text{ m}$$

$$v_1 \simeq 50 - 9{,}8 \times 3{,}62 = 14{,}5 \text{ m/s}$$

$$v_2 \simeq 80 - 9{,}8 \times 1{,}62 = 64{,}1 \text{ m/s}$$

5. Un volante gira en toron a su eje a razón de 3 000 r.p.m. Un freno lo para en 20 segundos. Calcular la aceleración angular, supuesta constante, y el número de vueltas dadas hasta que el volante se detiene. Supuesto que el volante tiene 2 dm de diámetro, calcular las aceleraciones tangenciales y centrípeta de un punto de su periferia una vez dadas 100 vueltas y la aceleración resultante en tal punto.

Solución:

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi\frac{3\,000}{60} = 100\pi \text{ rad/s}$$

1)

$$|\alpha| = \frac{\omega}{t} = \frac{100\pi}{20} = 5\pi \text{ rad/s}^2 \qquad \alpha = -5\pi \text{ rad/s}^2$$

2)

$$\omega = \sqrt{2|\alpha|\varphi} \qquad \varphi = \frac{10^4\pi^2}{2\pi} = 10^3\pi \text{ rad}$$

$$n = \frac{10^3\pi}{10\pi} = 500 \text{ vueltas}$$

3)

$$\varphi = \omega t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad 200\pi = 100\pi t - \frac{1}{2}5\pi t^2$$

$$\varphi = 200\pi \text{ rad}$$

$$t^2 - 40t + 80 = 0 \qquad t = \begin{cases} 37{,}86 \text{ s (no sirve)} > 20 \\ 2{,}14 \text{ s} \end{cases}$$

La velocidad a los 2,14 s de aplicado el freno es:

$$\omega_{100} = \omega + \alpha t = \pi - 10{,}7\pi = 89{,}3\pi \text{ rad/s}$$

$$a_\tau = \alpha r = -5\pi\, 0{,}1 = -0{,}5\pi \text{ m/s}^2$$

$$a_n = \omega_{100}^2 r = (89{,}3)^2\pi^2\, 0{,}1 = 797{,}5\pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \pi\sqrt{0{,}25 + 797{,}5^2\pi^2} \text{ m/s}$$

6. Un automotor parte del reposo, en una vía circular de 400 m de radio, y va moviéndose con movimiento uniformemente acelerado, hasta que a los 50 segundos de iniciada su marcha, alcanza la velocidad de 72 km/h, desde cuyo momento conserva tal velocidad. Hallar: 1) La aceleración tangencial en la primera etapa del movimiento. — 2) La aceleración normal, la aceleración total y la longitud de vía recorrida en ese tiempo, en el momento de cumplirse los 50 segundos. — 3) La velocidad angular media en la primera etapa, y la velocidad angular al cabo de los 50 segundos. — 4) Tiempo que tardará el automotor en dar cien vueltas al circuito.

Solución:

1)

$$v = a_\tau t \implies a_\tau = \frac{v}{t} = \frac{72\,000}{3\,600 \times 50} = 0{,}4 \text{ m/s}^2$$

2)

$$a_n = \frac{v^2}{r} = \frac{72\,000^2}{3\,600^2 \times 400} = 1 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{0{,}16 + 1} = 1{,}08 \text{ m/s}^2$$

$$s = \frac{1}{2} vt = \frac{72\,000 \times 50}{3\,600 \times 2} = 500 \text{ m}$$

3)

$$\bar{v} = \bar{\omega} r \implies \bar{\omega} = \frac{\bar{v}}{r} = \frac{s}{t\,r} = \frac{500}{50 \times 400} = \frac{1}{40} = 0{,}025 \text{ rad/s}$$

$$v = \omega r \implies \omega = \frac{v}{r} = \frac{72\,000}{3\,600 \times 400} = \frac{1}{20} = 0{,}050 \text{ rad/s}$$

4)

$$s = 2\pi r n = 2\pi \times 400 \times 100 = 80\,000\,\pi \text{ m}$$

En la primera etapa:

500 metros en 50 s

En la segunda etapa:

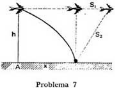
$$s = vt$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{80\,000\,\pi - 500}{72\,000/3\,600} = 12\,535 \text{ s}$$

En total el tiempo es:

$$50 + 12\,535 = 12\,585 \text{ s} = 3^h\,29^m\,45^s$$

7. Un avión en vuelo horiozntal rectilíneo, a una altura de 7 840 m y con una velocidad de 450 km/h, deja caer una bomba al pasar por la vertical de un punto *A* del suelo. 1) ¿Al cabo de cuánto tiempo se producirá la explosión de la bomba por choque con el suelo? — 2) ¿Qué distancia habrá recorrido entre tanto el avión? 3) ¿A qué distancia del punto *A* se producirá la explosión? — 4) ¿Cuánto tiempo tardará en oirse la explosión desde el avión, a contar desde el instante del lanzamiento de la bomba?



Problema 7

Nota: Se despreciarán las fuerzas debidas a la resistencia del aire, se tomará para g el valor 9,8 m/s² y para la velocidad del sonido 330 m/s.

Solución:

$$v_0 = 450 \text{ km/h} = 125 \text{ m/s}$$

1)

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 7\,840}{9{,}8}} = 40 \text{ s}$$

2)

$$x = v_0 t = 125 \times 40 = 5\,000 \text{ m}$$

3) El mismo resultado que 2).

4)

$$T = t + t'$$

$$\left.\begin{array}{l} s_1 = v_0 t' \\ s_2 = v t' \\ h^2 = s_2^2 - s_1^2 \end{array}\right| \quad \begin{array}{l} h^2 = t'^2 [v^2 - v_0^2] \\ t' = \sqrt{\dfrac{h^2}{v^2 - v_0^2}} = \sqrt{\dfrac{7\,840^2}{330^2 - 125^2}} = 25{,}6 \text{ s} \end{array}$$

$$T = 40 + 25{,}6 = 65{,}6 \text{ s}$$

8. Una pelota resbala por un tejado que forma un ángulo de 30° con la horizontal, y al llegar a su extremo, queda en libertad con una velocidad de 10 m/s. La altura del edificio es 60 m y la anchura de la calle a la que vierte el tejado 30 m. Calcular: 1) Ecuaciones del movimiento de la pelota al quedar en libertad y ecuación de la trayectoria. Tomar el eje X horizontal y el Y vertical y positivo en sentido descendente. — 2) ¿Llegará directamente al suelo o chocará antes en la pared opuesta? — 3) Tiempo que tarda en llegar al suelo y velocidad en ese momento. — 4) Posición en que se encuentra cuando su velocidad forma un ángulo de 45° con la horizontal.

Solución:

1)

$$\left| \begin{array}{l} v_{0x} = v_0 \cos \varphi = 10 \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 8{,}5 \text{ m/s} \\ v_{0y} = v_0 \operatorname{sen} \varphi = 10 \dfrac{1}{2} = 5 \text{ m/s} \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} v_x = 8{,}5 \text{ m/s} \\ v_y = v_{0y} + g t = 5 + 9{,}8\, t \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} x = v_x t = 8{,}5\, t \\ y = v_{0y} t + \dfrac{1}{2} g t^2 = 5\, t + 4{,}9\, t^2 \end{array} \right| \quad t = \frac{x}{8{,}5}$$

$$\boxed{y = \frac{5}{8,5}\,x + \frac{4,9}{8,5^2}\,x^2}$$

2) Para

$$x = 30 \Rightarrow y = \frac{5 \times 30}{8,5} + \frac{4,9 \times 900}{8,5^2} \simeq 77 \text{ m}$$

Haría falta un descenso aproximado de 77 m para tocar pared. A los 60 m *no choca con ella.*

3)

$$60 = 5\,t + 4,9\,t^2 \simeq 5\,t + 5\,t^2 \Rightarrow 5\,t^2 + 5\,t - 60 = 0$$

$$t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow t = \left| \begin{array}{l} -4 \text{ s} \\ 3 \text{ s} \end{array} \right.$$

La solución 3 s es la correcta respondiendo al enunciado.

La solución negativa (— 4 s) indica el tiempo (anterior el origen de los tiempos), que en la trayectoria parabólica *indefinida,* hubiese tardado el cuerpo en ir desde *60 metros por debajo del origen hasta dicho origen,* pasando por él a una velocidad de 10 m/s formando con la horizontal un ángulo de 30°.

4)

$$v_x = v_y \Rightarrow 8,5 = 5 + 9,8\,t \Rightarrow t \simeq 0,35 \text{ s}$$

$$x = 8,5\,t = 2,98 \text{ m} \qquad y = 5\,t + 4,9\,t^2 \simeq 2,35 \text{ m}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Dos móviles marchan en sentidos contrarios, dirigiéndose el uno al encuentro del otro con las velocidades de 4 y 5 cm/s respectivamente. Sabeindo que el encuentro tiene lugar a 1,52 m, de la posición de partida del primero: determinar la distancia entre los móviles al comenzar el movimiento y el tiempo transcurrido hasta que se encontraron.
2. Un móvil parte del reposo y de un punto *A*, con movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado (a = 10 cm/s); tarda en recorrer una distancia BC = 105 cm un tiempo de 3 s y, finalmente, llega al punto D (CD = 55 cm). Calcular: 1) La velocidad del móvil en los puntos B, C y D. 2) La distancia AB. — 3) El tiempo invertido en el recorrido AB y en el CD. — 4) El tiempo total en el recorrido AD.

Problema 2

3. Hallar las fórmulas de un movimiento uniformemente variado sabiendo que la aceleración es 8 cm/s², que la velocidad se anula para t = 3 s, y que el espacio se anula para t = 11 s.
4. La velocidad de un punto móvil que se mueve en trayectoria recta queda expresada por la ecuación:

$$v = 40 - 8\,t$$

v medida en m/s y t en segundos. Para $t = 2$ s el punto dista del origen 80 m. Determinar: 1) La expresión general de la distancia al origen. 2) El espacio inicial. — 3) La aceleración. — 4) ¿En qué instante tiene el móvil velocidad nula? — 5) ¿Cuánto dista del origen en tal instante? — 6) Distancia al origen y espacio sobre la trayectoria a partir de $t = 0$, cuando $t = 7$ s, $t = 10$ s y $t = 15$ s.

5. Una piedra que cae libremente pasa a las 10 h frente a un observador situado a 300 m sobre el suelo, y a las 10 h 2 s frente a un observador situado a 200 m sobre el suelo. Se pide calcular: 1) La altura desde la que cae. — 2) En qué momento llegará al suelo. — 3) La velocidad con que llegará al suelo.
6. La cabina de un ascensor de altura 3 metros asciende con una aceleración de 1 m/s^2. Cuando el ascensor se encuentra a una cierta altura del suelo, se desprende la lámpara del techo. Calcular el tiempo que tarda la lámpara en chocar con el suelo del ascensor.
7. Calcular la velocidad angular de cualquier punto de la Tierra en su movimiento de rotación alrededor del eje terrestre. Expresar el resultado en grados/hora y en segundos de arco/segundo.
8. Calcular la velocidad tangencial y la aceleración normal de un punto sobre la Tierra situado en un lugar de 60° de latitud. (Radio terrestre = 6 300 kilómetros).
9. Un punto material describe una circunferencia de 27 centímetros de radio, aumentando con el tiempo el valor numérico de su velocidad, de una forma constante. En el punto A la velocidad es 9 cm/s, en el B, transcurridos 0,25 segundos es 10 cm/s. Determinar en módulo, dirección y sentido la aceleración del móvil en A.
10. La velocidad angular de un volante disminuye uniformemente desde 900 a 800 r p m en 5 s. Encontrar: 1) La aceleración angular. — 2) El número de revoluciones efectuado por el volante en el intervalo de 5 s. — 3) ¿Cuántos segundos más serán necesarios para que el volante se detenga?
11. Un avión de bombardeo, en vuelo horizontal, a la velocidad de 360 km/h, y a una altura sobre un objetivo de 1 000 m, lanza una bomba. 1) ¿A qué distancia del objetivo inmóvil, contada horizontalmente, debe proceder al lanzamiento? — 2) Si el objetivo es un camión que marcha en carretera horizontal, a 72 km/h en la misma recta que el bombardero ¿a qué distancia del objetvio, contada horizontalmente, se debe proceder al lanzamiento si el objetivo se acerca o se aleja?
12. Un avión en vuelo horizontal, a velocidad constante de 500 kilómetros/hora lanza tres bombas en intervalos de 3 segundos. Dibujar en un esquema la posición del avión y de las bombas a los tres segundos de lanzar la tercera. Se supone nula la resistencia del aire.
13. Dos aviones están situados en la misma vertical; la altura sobre el suelo de uno de ellos es 4 veces mayor que la del otro. Pretendemos bombardear el mismo objetivo. Siendo la velocidad del más alto v ¿qué velocidad debe llevar el más bajo?
14. Se dispara un cañón con una inclinación de 45 grados con respecto a la horizontal, siendo la velocidad de salida 490 m/s. Calcular: 1) El alcance, la altura máxima y el tiempo necesario para tal avance y tal ascenso. — 2) La posición del proyectil y la velocidad al cabo de 2 s del disparo. — 3) Supuesto al cañón colocado en la cima de un acantilado de 5 m de altura, determinar el tiempo que tarda el proyectil en llegar a la superficie del mar, la posición del impacto y la velocidad en tal instante.

FUERZA - GRAVITACION - ROZAMIENTOS

PROBLEMAS RESUELTOS

1. 1) ¿Cuánto pesaría un hombre de 70 kg en un planeta de masa 10 veces menor y radio 10 veces menor que la masa y radio de la Tierra? — 2) ¿Y en otro planeta de radio 10 veces menor y masa 100 veces menor que los de la Tierra?

Solución:

1) En la Tierra:

$$70 \text{ kp} = G\frac{M\,m}{R^2}$$

En el otro planeta:

$$x \text{ kp} = G\frac{0{,}1\,M\,m}{(0{,}1\,R)^2}$$

Por división

$$\frac{70}{x} = \frac{0{,}01}{0{,}1} = 0{,}1 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{70}{0{,}1} = 700 \text{ kp}$$

2) En la Tierra:

$$70 \text{ kp} = G\frac{M\,m}{R^2}$$

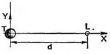
En el otro planeta:

$$x \text{ kp} = G\frac{0{,}01\,M\,m}{(0{,}1\,R)^2} = G\frac{0{,}01\,M\,m}{0{,}01\,R^2} = G\frac{M\,m}{R^2}$$

Comparando las dos expresiones anteriores se obtiene:

$$x = 70 \text{ kp}$$

2. La masa de la Luna es 0,012 la masa de la Tierra; el radio lunar es 0,27 el radio terrestre, y la distancia media entre sus centros es 60,3



Problema 2

radios terrestres. Calcular: 1) La situación del centro de gravedad del sistema Tierra-Luna. — 2) El valor de la gravedad en la superficie lunar.

Solución:

1)

$$x_G = \frac{M_L\, d}{M_T + M_L} = \frac{0{,}012\, M_T \times 60{,}3\, R_T}{M_T + 0{,}012\, M_T} = \frac{0{,}7236}{1{,}012} R_T = 0{,}715\, R_T$$

2)

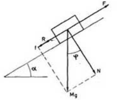
$$\left.\begin{aligned} g_L &= G\frac{M_L}{R_L^2} \\ g_T &= G\frac{M_T}{R_T^2} \end{aligned}\right| \quad g_L = g_T \frac{M_L R_T^2}{M_T R_L^2} = \frac{0{,}012\, M_T R_T^2}{M_T\, 0{,}27^2\, R_T^2} = 1{,}61 \text{ m/s}^2$$

3. Calcular la fuerza necesaria para arrastrar por el suelo horizontal un bloque de 100 kg, si su coeficiente dinámico de rozamiento es 0,25.

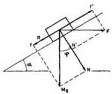
Solución:

$$F = R = \mu N = 0{,}25 \times 100 = 25 \text{ kp}$$

4. Se quiere subir un cuerpo por un plano inclinado un ángulo de 30°. El coeficiente dinámico de rozamiento entre la superficie del plano y el móvil es 0,3. El peso del cuerpo son 10 kg. Calcular: 1) Fuerza paralela al plano necesaria para subirlo con movimiento uniforme. — 2) Fuerza horizontal necesaria para subirlo con movimiento uniforme.



Problema 4-1.ª



Problema 4-2.ª

Solución:

1)

$$F = f + R \left| \begin{aligned} f &= M\,g \operatorname{sen} \varphi \\ R &= \mu N = \mu M\,g \cos \varphi \end{aligned}\right.$$

$$F = M g (\operatorname{sen} \varphi + \mu \cos \varphi) = 10 \left(\frac{1}{2} + 0{,}3 \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ kp} \simeq 7 \text{ kp}$$

2)

$$f' = f + R \left| \begin{array}{l} f' = F \cos \varphi \\ f = M g \operatorname{sen} \varphi \\ R = \mu (N + N') = \mu (M g \cos \varphi + f \operatorname{sen} \varphi) \end{array} \right.$$

$$F \cos \varphi = M g \operatorname{sen} \varphi + \mu M g \cos \varphi + \mu F \operatorname{sen} \varphi$$

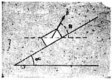
$$F = M g \operatorname{tg} \varphi + \mu M g + \mu F \operatorname{tg} \varphi$$

$$F = M g \frac{\operatorname{tg} \varphi + \mu}{1 - \mu \operatorname{tg} \varphi} = 10{,}7 \text{ kp}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. 1) Calcular el peso en kp de un hombre de 70 kg de masa, que estuviese a una altura en la que la intensidad de la gravedad es 970 dinas/gramo. — 2) ¿Cuál es el valor de la intensidad del campo gravitatorio para que el individuo pese 65 kg?
2. ¿En qué punto se equilibran las atracciones que ejercen la Tierra y la Luna sobre un cuerpo? Distancia entre los centros de los dos astros = 384 400 km. La masa de la Tierra es 81 veces mayor que la de la Luna.
3. Determinar la masa y la densidad media de la Tierra. Radio terrestre = 6 370 km. (Emplear como otros datos los valores G y g).
4. La masa del Sol es 324 440 veces mayor que la de la Tierra y su radio 108 veces mayor que el terrestre. ¿Cuál será la altura alcanzada por un proyectil que se lanzase verticalmente hacia arriba desde la superficie solar, a una velocidad de 720 km/h? ¿Cuántas veces es mayor el peso de un cuerpo en el Sol que en la Tierra?
5. Un bloque de masa M_1 se encuentra sobre una mesa horizontal; se une mediante una cuerda horizontal que pasa por una polea sin rozamiento colocada en el borde de la masa, a un bloque suspendido de masa M_2. Determinar el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la mesa para que el sistema se mueva con movimiento uniforme.
6. Sobre un tablero de madera horizontal colocamos un cuerpo también de madera. Vamos inclinando el tablero y cuando forma un ángulo de 20° con la horizontal, el cuerpo se desliza con movimiento uniforme. Calcular el coeficiente dinámico de rozamiento de la madera contra la madera.
7. En el extremo superior de un plano inclinado un ángulo φ sobre la horizontal, hay una polea (que supondremos de masa y rozamientos despreciables) por cuya garganta pasa un cordón; uno de los dos ramales de ese cordón se mantiene paralelo al plano inclinado y tiene atado a su extremo una masa M que sube con movimiento uniforme a lo largo del plano. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano de μ, determinar la masa del cuerpo que colgada del otro extre-

mo del cordón cae verticalmente a esa velocidad constante, y hace subir por el plano al de masa M.



Problema 8

8. Calcular la fuerza F para subir un cuerpo por un plano inclinado (figura), con movimiento uniforme en función de α, β, M y μ, siendo M la masa del cuerpo y μ el coeficiente dinámico de rozamiento entre el cuerpo y el plano.
9. Sobre un plano inclinado un ángulo φ_1 se tiene un cuerpo de masa M_1 que está unido a una cuerda que pasa por una polea sin inercia ni rozamiento) con otro cuerpo de masa M_2 en un plano de ángulo φ_2. Calcular el coeficiente de rozamiento entre los cuerpos y los planos (supuesto el mismo) si el sistema se mueve con movimiento uniforme.

CAPITULO V

DINAMICA

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Una pelota de tenis que pesa 100 g lleva una velocidad de 20 m/s, y después de devuelta, en sentido contrario, su velocidad es de 40 m/s. Calcúlese: 1) El incremento del momento lineal. — 2) Si la pelota permanece en contacto con la raqueta 10^{-2} s, la fuerza media del golpe.

   Solución:

   1)

$$\Delta p = p_2 - p_1 = M v_2 - (-M v_1) = M (v_2 + v_1) = 10^{-1} \times 60 = 6 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

   2)

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{6}{10^{-2}} = 600 \text{ N}$$

2. Un montacargas posee una velocidad de régimen, tanto al ascenso como en el descenso, de 4 m/s, tardando 1 s en adquirirla al arrancar, o en detenerse del todo en las paradas. Se carga un fardo de 600 kg y se sabe, además, que la caja del montacargas, con todos sus accesorios, tiene una masa de 1 200 kg. Calcúlese: 1) Fuerza que ejercerá el fardo sobre el suelo del montacargas durante el arranque para ascender. — 2) Id. íd. durante el ascenso a la velocidad de régimen. — 3) Id, íd. en el momento de detenerse. — 4) Tensión de los cables del montacargas en el caso 1). — 5) Id. íd, en el instante en que el montacargas inicia su descenso vacío.

   Solución:

   Trabajaremos en el sistema técnico

$$v = a\,t \qquad a = \frac{v}{t} = \frac{4}{1} = 4 \text{ m/s}^2$$

   1)

$$F = M g + M a = M (g + a) = \frac{600}{9{,}8} (9{,}8 + 4) = 844{,}8 \text{ kp}$$

2)

$$F' = M\,g = \frac{600}{9{,}8}\,9{,}8 = 600 \text{ kp}$$

3)

$$F'' = M\,g - M\,a = M\,(g - a) = \frac{600}{9{,}8}\,(9{,}8 - 4) = 355{,}1 \text{ kp}$$

4)

$$F''' = (M + M')\,(g + a) = \frac{1\,800}{9{,}8}\,(9{,}8 + 4) = 2\,534{,}6 \text{ kp}$$

5)

$$F^{\text{iv}} = m'\,(g - a) = \frac{1\,200}{9{,}8}\,(9{,}8 - 4) = 710{,}2 \text{ kp}$$

3. Dos masas iguales, cada una de 1 kg, penden de los extremos de un hilo que pasa por una polea de rozamiento despreciable. ¿Qué diferencia de altura debe haber entre las dos masas para que una sobrecarga de 20 g colocada sobre la más elevada de lugar a que al cabo de dos segundos ambas estén a la misma altura? Si las masas continúan moviéndose. ¿qué diferencia de altura habrá entre ellas al cabo de 4 segundos?

Solución:

Calculemos la aceleración del sistema aplicando el Principio de d'Alambert

$$(m + M)\,g - (M + m)\,a - M\,g - M\,a = 0$$

$$a = \frac{m}{2\,M + m}\,g = \frac{2 \times 10^{-2}}{2 + 2 \times 10^{-2}}\,9{,}8 \simeq 0{,}1 \text{ m/s}^2$$

1) El espacio recorrido en 2 s por uno cualquiera de los dos cuerpos es:

$$s = \frac{1}{2}\,a\,t^2 = \frac{1}{2}\,0{,}1 \times 4 = 0{,}2 \text{ m}$$

luego

$$h = 2\,s = 0{,}4 \text{ m}$$

2) Contando los $t_1 = 4$ segundos a partir del momento en que están a igual altura, cada uno de los cuerpos recorren una distancia:

$$s = v_0\,t_1 + \frac{1}{2}\,a\,t_1^2$$

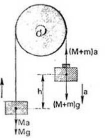
siendo v_0 la velocidad que llevan los dos cuerpos cuando están juntos

$$v_0 = a\,t = 0{,}1 \times 2 = 0{,}2 \text{ m/s}$$

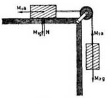
$$s = 0{,}2 \times 4 + \frac{1}{2}\,0{,}1 \times 16 = 1{,}6 \text{ m}$$

luego la diferencia de alturas será:

$$h_1 = 2\,s = 3{,}2 \text{ m}$$



Problema 3



Problema 4

4. Un bloque de masa M_1 que se encuentra sobre una mesa horizontal, sin rozamiento, se une mediante una cuerda horizontal que pasa por una polea sin rozamiento colocada en el borde de la mesa a un bloque suspendido de masa M_2. 1) ¿Cuál es la aceleración del sistema? — 2) ¿Cuánto vale la tensión de la cuerda?

Solución:

1) Aplicando el Principio de d'Alembert, obtenemos:

$$M_2\,g - M_2\,a - M_1\,a = 0 \;\Rightarrow\; a = g\,\frac{M_2}{M_1 + M_2}$$

2)

$$T = M_2\,g - M_2\,a = M_1\,a = g\,\frac{M_1\,M_2}{M_1 + M_2}$$

5. Sobre un plano inclinado 30° con respecto a la horizontal se coloca un cuerpo de 100 g de masa cuyo coeficiente dinámico de rozamiento es 0,4. Se desea conocer la fuerza que provoca el deslizamiento, la aceleración de éste, la velocidad, a los 5 segundos de iniciado el movimiento y el espacio recorrido en tal tiempo.

Solución:

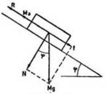
$$F = M\,a = f - R = M\,g\,(\operatorname{sen}\varphi - \mu\cos\varphi)$$

$$F = 0{,}1 \times 9{,}8\left(0{,}5 - 0{,}4\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0{,}15 \text{ N}$$

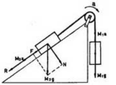
$$a = \frac{F}{M} = \frac{0{,}15}{0{,}1} = 1{,}5 \text{ m/s}$$

$$v = a\,t = 1{,}5 \times 5 = 7{,}5 \text{ m/s}$$

$$s = \frac{1}{2}\,a\,t^2 = \frac{1}{2}\,1{,}5 \times 25 = 18{,}75 \text{ m}$$



Problema 5



Problema 6

6. En el extremo superior de un plano inclinado 30° sobre la horizontal, hay una polea (que supondremos de masa y rozamiento despreciables) por cuya garganta pasa un cordón. Uno de los ramales del cordón sostiene un peso de 10 kg. el otro se mantiene paralelo al plano inclinado y tiene atado en su extremo un cuerpo que pesa 10 kg; el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es 0,5. Calcular: 1) La aceleración del sistema. 2) La tensión de la cuerda.

Solución:

1) La condición de movimiento en el sentido indicativo en la figura es:

$$M_1\,g \geqslant M_2 \operatorname{sen}\varphi + \mu\,M_2\,g\cos\varphi$$

$$M_1 \geqslant M_2 \operatorname{sen}\varphi + \mu\,M_2\cos\varphi$$

$$\left|\begin{array}{l} M_1 = 10 \text{ kg.} \\ M_2 \operatorname{sen}\varphi + \mu\,M_2\cos\varphi = 10\,\dfrac{1}{2} + 0{,}5 \times 10\,\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 9{,}25 \text{ kg} \end{array}\right.$$

con lo que el sistema se moverá en este sentido con una aceleración constante. Su cálculo será:

$$M_1\,g - M_1\,a - M_2\,g \operatorname{sen}\varphi - \mu\,M_2\,g\cos\varphi - M_2\,a = 0$$

$$a = g\,\frac{M_1 - M_2 \operatorname{sen}\varphi - \mu\,M_2\cos\varphi}{M_1 + M_2} = 0{,}367 \text{ m/s}^2.$$

2) La tensión de la cuerda la calcularemos:

$$T = M_1\,g - M_1\,a = M_2\,g \operatorname{sen}\varphi + \mu\,M_2\,g\cos\varphi + M_2\,a$$

$$T = \frac{10}{9{,}8}\,(9{,}8 - 0{,}367) = 9{,}625 \text{ kg.}$$

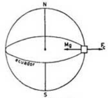
7. Conocida la masa de la Tierra y el radio ecuatorial, la fórmula: GM/R^2 nos daría para valor de la intensidad de la gravedad el valor de 981,4 dyn/g. Realiza la medida por procedimientos experimentales (péndulo) se obtiene un valor de 978,049 dyn/g. ¿Por qué?

Solución:

A la fuerza con que la Tierra atrae a un gramo masa, se opone la fuerza centrífuga debida a la rotación terrestre.

$$F_c = m\frac{4\pi^2}{T^2}R$$

Donde $m = 1$ g; $T = 1$ día $= 86\,400$ s y R = radio ecuatorial; luego calcularíamos para valor de la fuerza centrífuga sobre un gramo de masas:



Problema 7

$$F_c = 981{,}4 - 978{,}049 = 3{,}351 \text{ dyn}$$

8. El globo terráqueo cansado de tanta experiencia atómica que le agujerea las entrañas, gira cada vez más deprisa para desembarazarse de sus molestos perforadores... Al fin, los hombres, mujeres, perros y gatos que habitan en el ecuador son lanzados por la tangente a tal paralelo. ¿Cuántas vueltas en 24 horas da la inquieta Tierra? Emplear como únicos datos del problema, los valores de 981,4 dyn/g para la intensidad de la gravedad en el ecuador si no existiese la fuerza centrífuga y 978,049 dyn/g valor *real* del peso de 1 g en tal lugar.

Solución:

La fuerza centrífuga sobre un gramo de masa en el ecuador terrestre es:

$$F = 981{,}4 - 978{,}049 = 3{,}351 \text{ dyn}$$

En el caso de anular la atracción terrestre la fuerza centrífuga sería:

$$F' = 981{,}4 \text{ dyn}$$

El valor de la fuerza centrífuga en uno y en otro caso es:

$$F = M\,4\pi^2\nu^2 R$$

$$F' = M\,4\pi^2\nu'^2 R$$

Por división obtenemos:

$$\frac{F}{F'} = \frac{\nu^2}{\nu'^2}$$

«A igualdad de masa, y radio en un movimiento circular, la fuerza centrífuga es proporcional al cuadrado de la frecuencia»

$$\frac{3{,}351}{981{,}4} = \frac{1^2}{\nu'^2}$$

Las frecuencias de revolución se han expresado en vueltas cada 24 horas.

$$v' = \sqrt{\frac{981,4}{3,351}} = \sqrt{292} = 17,1 \text{ vueltas cada } 24^{h}$$

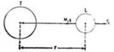
9. Supuesta la Tierra esférica y sin ningún relieve, calcular la velocidad de un proyectil disparado horizontalmente en las proximidades de la superficie terrestre, para que se «coloque en órbita», es decir, que dé vueltas en tono a la Tierra. (Se supone nula la resistencia del aire).

Solución:

Habrán de igualarse el peso del cuerpo y la fuerza centrífuga:

$$M\,g = M\frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{R\,g} = \sqrt{6\,370 \times 10^3 \times 9,8} = 7\,900 \text{ m/s}$$

10. Sabiendo que en un año la Luna recorre 19 veces su órbita alrededor de la Tierra, determinar la distancia entre la Tierra y nuestro satélite, suponiendo la órbita circular. Radio de la Tierra 6 370 km.



Problema 10

Solución:

$$F_c = M_L\,g \quad \left| \begin{array}{r} M_L\,g = \dfrac{4\pi^2}{T^2}\,r \\ g = G\dfrac{M_T}{r^2} \end{array} \right| \quad \frac{G\,M_T}{r^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G\,M_T\,T^2}{4\pi^2}}$$

$$g_0 = G\frac{M_T}{R^2} \Rightarrow G\,M_T = g_0\,R^2$$

luego:

$$r = \sqrt[3]{\frac{g_0 R^2 T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{9,8 \times 6\,370^2 \times 10^6}{4\pi^2}\left[\frac{365,25 \times 86\,400}{18}\right]^2} \simeq 384 \times 10^6 \text{ m} = 384\,000 \text{ km}$$

11. Calcular a qué velocidad hay que colocar en órbita a un satélite artificial a una altura de 30 000 m sobre la superficie terrestre ($R = 6\,370$ kilómetros).

Solución:

$$F_G = M\,g \Rightarrow M\frac{v^2}{R + H} = M\,g \Rightarrow v = \sqrt{g(R + H)}$$

$$\left. \begin{array}{r} g = G\dfrac{M_T}{(R + H)^2} \\ g_0 = G\dfrac{M_T}{R^2} \end{array} \right| \quad g = \frac{g_0\,R^2}{(R + H)^2}$$

$$v = R\sqrt{\frac{g_0}{R+H}} = 6\,370 \times 10^3 \sqrt{\frac{9{,}8}{36\,370 \times 10^3}} = 10\,456 \text{ m/s}$$

12. Un cilindro homogéneo de masa 20 kg cuyo eje es horizontal y puede girar en torno a él, sin rozamiento, lleva arrollada una cuerda supuesta sin peso, de la que se tira con una fuerza de 10 kp. Determinar: 1) La aceleración de un punto de la cuerda. — 2) Espacio recorrido por tal punto de la cuerda en los tres primeros segundos. — 3) Tiempo necesario para que el volante de 20 vueltas. El radio del cilindro es 5 cm.

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{N} = I\,\alpha \\ I = \dfrac{1}{2} M r^2 \end{array}\right| \; F r = \frac{1}{2} M r^2 \alpha$$

1)

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = \dfrac{2F}{M r} \\ a = \alpha r \end{array}\right| \; a = \frac{2F}{M} = \frac{2 \times 10 \times 9{,}8}{20} = 9{,}8 \text{ m/s}$$

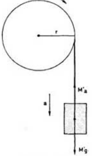
2)

$$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} 9{,}8 \times 9 = 44{,}1 \text{ m}$$

3)

$$\left.\begin{array}{l} \varphi = \dfrac{1}{2} \alpha t^2 \\ \varphi = 40\pi \end{array}\right| \; t = \sqrt{\frac{2\varphi}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2\varphi r}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 40\pi \times 0{,}05}{9{,}8}} = 1{,}1 \text{ s}$$

Problema 12



Problema 13

13. En vez de actuar una fuerza sobre el punto *A*, de la cuerda del problema anterior, pende un peso de 10 kg. Resolver las mismas cuestiones del problema anterior. (Tener en cuenta, en este caso, la fuerza de inercia que actúa sobre el cuerpo que pende de la cuerda).

Solución:

1)

$$\left.\begin{array}{l} N = I\alpha \\ I = \dfrac{1}{2} M r^2 \\ a = \alpha r \end{array}\right| \begin{array}{l} M' g r - M' a r = I\alpha \\ M' g r - M' a r = \dfrac{1}{2} M r^2 \dfrac{a}{r} \end{array}$$

$$a = \frac{2M'}{M + 2M'} g = \frac{2 \times 10}{20 + 2 \times 10} 9{,}8 = 4{,}9 \text{ m/s}^2$$

2)

$$s = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} 4{,}9 \times 9 = 22{,}05 \text{ m}$$

3)

$$\left.\begin{array}{l} \varphi = \dfrac{1}{2} \alpha t^2 \\ \varphi = 40\pi \end{array}\right| \; t = \sqrt{\frac{2\varphi}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2\varphi r}{a}} = \sqrt{\frac{80\pi \times 0{,}05}{4{,}9}} = 1{,}6 \text{ s}$$

14. Una rueda tiene un momento de inercia de 10 kg × m² y gira a razón de cuarenta vueltas/minuto. Se le aplica una fuerza tangencial constante y se para en 30 segundos. Determinar: 1) Valor del momento de la fuerza aplicada. — 2) Aceleración angular del frenado. — 3) Número de vueltas que da la rueda desde que se aplica la fuerza hasta que se para.

Solución:

1)

$$\left.\begin{array}{l} N = I\alpha \\ \omega = \alpha t = 2\pi\nu \end{array}\right| \; N = \frac{I\, 2\pi\nu}{t} = \frac{10 \times 2\pi \times 40}{60 \times 30} = \frac{4}{9}\pi \text{ N} \cdot \text{m}$$

2)

$$\alpha = \frac{\omega}{t} = \frac{2\pi\nu}{t} = \frac{2\pi\, 40}{60 \times 30} = \frac{2\pi}{45} \text{ rad/s}^2$$

3)

$$\varphi = \frac{1}{2}\omega t \qquad \text{n}^\circ = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\frac{1}{2}\omega t}{2\pi} = \frac{\nu t}{2} = \frac{40 \times 30}{60 \times 2} = 10 \text{ vueltas}$$

15. Se hace girar un cilindro macizo de 20 cm de radio y 5 kg de masa alrededor de su eje, colocado éste horizontalmente, arrollando sobre dicho

cilindro una cuerda de peso despreciable sujeta por un extremo al mismo y de la que pende por el otro extremo un peso de 50 g. Se desea saber: 1) Cuál es el momento de inercia del cilindro? — 2) ¿Cuál es el momento del par que lo hace girar? — 3) ¿Cuál es la aceleración angular con que se mueve él cilindro. — 4) ¿Cuál es la aceleración de caída del cuerpo de 50 g? — 5) ¿A qué tensión está sometida la cuerda mientras cae el peso? (Se desprecian los rozamientos).

Solución:

1)

$$I = \frac{1}{2} M r^2 = \frac{1}{2} 5 \times 0{,}2^2 = 0{,}1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

2) y 4)

$$\left.\begin{array}{l} N = M' g r - M' a r = I \alpha \\ a = \alpha r \end{array}\right| N = \frac{1}{2} M r^2 \frac{a}{r} = \frac{M r a}{2}$$

$$M' g r - M' a r = \frac{1}{2} M r^2 \frac{a}{r} \Rightarrow a = g \frac{2 M'}{M + 2 M'} = 0{,}192 \text{ m/s}$$

luego:

$$N = \frac{5 \times 0{,}2 \times 0{,}192}{2} = 0{,}096 \text{ N} \cdot \text{m}$$

3)

$$\alpha = \frac{a}{r} = \frac{0{,}192}{0{,}2} = 0{,}96 \text{ rad/s}^2$$

5)

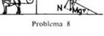
$$T = M' g - M' a = M' (g - a) = 0{,}05 (9{,}8 - 0{,}192) = 0{,}48 \text{ N}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Un hilo tiene una resistencia a la ruptura de 0,5 kg. Colgamos de él un cuerpo de 300 g. Calcular la aceleración vertical hacia arriba que hay que dar al sistema para que el hilo se rompa.
2. Imaginemos en el espacio infinito, fuera de la atracción de todo astro, a una pareja de palomas que, ejerciendo cada una de ellas una fuerza constante de 50 g, arrastran a un coche de masa 259,2 kg. Calcular la aceleración del coche y su velocidad en km/h a las dos horas de marcha.

Problema 2

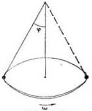
3. Sabiendo que los cuerpos caen sobre la Tierra con movimiento uniformemente acelerado (considerando pequeñas variaciones de altura), determinar la indicación de una balanza de resorte que dejamos caer desde un globo, llevando pendiente un cuerpo de 10 kg.
4. Calcular el momento lineal de un proyectil que pesa 10 kg y se lanza con una velocidad de 100 m/s formando un ángulo de 45° con la horizontal. — 1) En el punto más elevado de su trayectoria. — 2) En el punto en que alcanza de nuevo la horizontal. — 3) A los diez segundos del lanzamiento.
5. Un bloque de 5 kg está sostenido por una cuerda y es arrastrado hacia arriba con una aceleración de 2 m/s². Se pide: 1) Calcular la tensión de la cuerda. — 2) Si después de iniciado el movimiento la tensión de la cuerda se reduce a 49 N ¿qué clase de movimiento tendrá lugar? — 3) Si se afloja la cuerda por completo se observa que el bloque continúa moviéndose, recorriendo 2 m antes de detenerse, ¿qué velocidad tenía?
6. Las masas que penden de los extremos del cordón (supuesto sin peso de una máquina de Atwood son 505 g y 495 g. Calcular la velocidad con que desciende la masa mayor, al haber efectuado un recorrido de 1 m.
7. Se deja caer un cuerpo a lo largo de un plano inclinado sin rozamiento que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Calcular la velocidad después de 20 m de recorrido y el tiempo empleado en él (se suponen nulos los rozamientos).



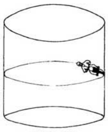
Problema 8

8. Un caballo efectúa una fuerza constante de 101 kp para subir un cuerpo de 200 kg a lo largo de un plano inclinado que forma un ángulo de 30° con la horizontal. Calcular la aceleración del movimiento, la velocidad y el camino recorrido al cabo de 10 s de iniciado el movimiento (se suponen nulos los rozamientos).
9. En el extremo superior de un plano inclinado 30° sobre la horizontal, hay una polea *A* (que supondremos de masa y de rozamientos despreciables) por cuya garganta pasa un cordón; uno de los dos ramales de este cordón cae verticalmente y sostiene atado a un extremo un peso *B* de 220 g; el otro cordón se mantiene paralelo al plano inclinado y tiene atado a un extremo una masa *m* que se desliza sin rozamiento. Si se deja en libertad el sistema el cuerpo *B* cae verticalmente recorriendo un metro en dos segundos. Se pide: 1) Calcular el valor de m. — 2) Calcular el valor de la tensión en los dos ramales.
10. Un vagón de masa de 80 toneladas se mueve con una velocidad de 0,49 m/s. Para detenerlo se emplea un obrero que efectúa una fuerza constante de 80 kp en sentido contrario al movimiento. ¿Cuánto tiempo empleará el obrero en parar el vagón y qué espacio recorrerá?
11. Si el obrero del problema anterior empujase el vagón partiendo del reposo y pudiese seguir la marcha de éste, comunicándole la fuerza constante de 80 kp, ¿qué velocidad le haría adquirir en una hora?
12. Un tren de masa de 300 toneladas, que marcha a una velocidad de 54 km/h frena y para en 30 s. Calcular su aceleración y la fuerza ejercida por los frenos.
13. Suponiendo nula la atracción de la Tierra, ¿con qué velocidad ascendería un hombre de 70 kg de masa al efectuar un salto, en el que los músculos de sus piernas producen un esfuerzo de 35 kp durante un segundo?, ¿cuánto tardaría en llegar al punto más alto de una torre de 49 metros?

14. Un camión de 30 toneladas de masa, moviéndose en una carretera horizontal, pasa de la velocidad de 30 km/h a 50 km/h en dos minutos. Calcular la fuerza ejercida por el motor, supuesta constante. (Prescíndase del rozamiento).
15. Un bloque de 100 kg de peso se arrastra por una superficie horioznta! por la acción de una fuerza de 100 kg. Si el coeficiente dinámico de rozamiento entre el bloque y la superficie es 0,25 calcular la aceleración que adquiere, su velocidad al cabo de 1 minuto y el espacio recorrido en tal tiempo.
16. Un bloque de hierro de 7 kg de peso es arrastrado sobre una mesa horizontal de madera, por la acción de un peso de 2 kg que cuelga verticalmente de una cuerda horizontal unida al bloque de hierro y que pasa por una polea ligera. El coeficiente de rozamiento entre el hierro y la mesa es 0,15. Hallar la aceleración del bloque y la tensión de la cuerda.
17. Tenemos un plano inclinado 40° sobre el horizonte cuya longitud es un metro. En la parte más alta abandonamos un objeto prismático para que baje deslizándose. 1) Dibújense en un diagrama claramente todas las fuerzas que actúan sobre el bloque que se desliza. — 2) Sabiendo que el coeficiente de rozamiento es 0,5 indíquese si deslizará. — 3) Supuesto el deslizamiento, calcúlese para el bloque la aceleración de bajada, el tiempo que invertirá en la misma y la velocidad con que llega al final del plano inclinado [seno 40° = 0,643; coseno 40° = 0,766; tangente 27° ≃ 0,5].
18. «Se dice que una órbita de un satélite artificial es *estable*, cuando ésta corta a la esfera terestre en un circuito máximo». ¿Por qué no lo es en caso contrario?
19. Calcular el período de revolución que debe darse en un plano vertical a un cubito con agua atado a una cuerda de un metro de longitud, para que el agua no se vierta cuando está el cubito con la boca hacia el suelo.
20. De un hilo de longitud de 50 cm vamos suspendiendo pesos cada vez mayores, observando que el hilo se rompe al colgar un peso de 1 kg. Atamos al extremo del hilo un peso de 50 gramos y sujetando por el otro extremo hacemos girar al sistema en un plano vertical. Calcular el mínimo número de vueltas por segundo necesarias para que se rompa el hilo, y determinar en la posición en que se romperá.
21. El piloto de un avión se lanza en picado a la velocidad de 400 km/h y termina su descenso describiendo, a aquélla velocidad, un arco de circunferencia situado en el plano vertical. ¿Cuál será el mínimo radio de esa circunferencia para que la aceleración en el punto más bajo no exceda de «7 g». ¿Cuál será entonces el peso aparente del aviador en el punto más bajo de la trayectoria?
22. Una partida atada a una cuerda de 50 cm de longitud gira como un «péndulo cónico» como muestra la figura. Calcular el número de vueltas por segundo que tiene que dar para que $\varphi = 60°$.
23. Calcular la velocidad mínima que tiene que tener el motorista que trabaja en el «tubo de la muerte» (aparato de atracción de feria que representamos en la figura) para que no se caiga. Diámetro del tubo 10 m. Coeficiente estático de rozamiento entre las ruedas de la motocicleta y la pared 0,5.
24. Calcular la masa del Sol, suponiendo que la Tierra describe una órbita circular alrededor de él, siendo la distancia entre el Sol y la Tierra $1{,}495 \times 10^8$ km; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N · m²/kg².



Problema 22



Problema 23

25. Suponiendo que la órbita terrestre es circular de $1{,}495 \times 10^8$ km de radio y que la Tierra invierte 365,25 días en su revolución completa, determinar la intensidad del campo gravitatorio solar en un punto que diste del centro del Sol la centésima parte de nuestro planeta.
26. Una rueda de fuegos artificiales, de un metro de radio, lleva sujetos, en los extremos de un diámetro, dos cartuchos, que al arder ejercen dos fuerzas iguales, constantes, tangenciales y de sentido contrario. 1) ¿Qué clase de movimiento será el de la rueda? (Se desprecia la resistencia del aire y la pérdida de masa de los cartuchos, mientras se queman). — 2) Cada cartucho produce una fuerza de 0,25 kilopondios. Calcular el momento del par de fuerzas que hace girar la rueda, expresándolo en kilogramos × metro y en unidades Giorgi, y cuál será la dirección y sentido del vector momento, si vemos girar las ruedas en el sentido de las agujas de un reloj. — 3) Si en los diez primeros segundos ha dado la rueda cinco vueltas, ¿cuántos radianes ha girado? 4) Calcular la aceleración angular de la rueda y su velocidad angular al cabo de los diez segundos.
27. Un cilindro macizo gira alrededor de su eje, con una velocidad angular de 600 vueltas/minuto. Su masa es de 1 kg y su radio de 5 cm. Tangencialmente se aplica una fuerza constante, de frenado de 0,1 kp. Determinar: 1) Aceleración angular de frenado. — 2) Tiempo que tarda en pasarse el cilindro. — 3) Número de vueltas que da hasta que se para.
28. Un cilindro macizo de 30 cm de radio y 10 kg de masa gira alrededor de un eje horizontal por acción de una pesa de 0,2 kg que cuelga del extremo de una cuerda que se va desarrollando. Calcular: 1) Valor del par en el momento de iniciarse el movimiento. — 2) Aceleración angular del cilindro y lineal de la pesa. — 3) Valor del par durante el movimiento. — 4) Si en lugar de accionar el cilindro por una pesa, se mueve ejerciendo una tracción de 0,5 kg ¿Cuál será la aceleración angular?
29. El equipo móvil de un motorcito eléctrico tiene una masa de 20 g y un radio de giro de 3 cm. El par de fuerzas responsable del movimiento vale 2 g · cm. ¿Qué tiempo precisa el motorcito para alcanzar una velocidad de 100 vueltas por minuto?

30. Si una rueda gira impulsada por un cohete fijo en su periferia, como en los fuegos artificiales, de manera que los gases los expulsa tangencialmente y de una manera constante; se desea calcular, siendo el radio de la rueda de 80 cm y su momento de inercia $10\ kg \cdot m^2$: 1) La fuerza constante de reacción de los gases, sabiendo que al cabo de 6 s, la rueda, que partió del reposo, alcanza la velocidad de una vuelta por segundo. — 2) El valor de las aceleraciones tangencial y normal, al cabo de esos 6 segundos. Dibuja también el vector que representa la aceleración total. — 3) ¿Cuánto tiempo tardaría la rueda en alcanzar la misma velocidad angular, si el aro periférico aumenta su masa en 5 kg?

CAPITULO VI

TRABAJO - POTENCIA - ENERGIA

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un proyectil de 10 kg de masa sale del cañón de un arma a una velocidad de 500 m/s. Siendo la longitud del cañón 100 cm, calcular la fuerza producida por la expansión de los gases originados en la explosión de la pólvora y la energía cinética de la bala (se supone la fuerza constante mientras dura el recorrido de la bala en el interior del cañón).

   Solución:

   La energía cinética del proyectil es:

$$T = \frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2} 10 \times 25 \times 10^4 = 125 \text{ J}$$

$$\frac{1}{2} M v^2 = F l \quad \Rightarrow \quad F = \frac{M v^2}{2 l} = \frac{125}{0{,}1} = 1\,250 \text{ N}$$

2. Un automóvil ejerce una fuerza de tracción de 120 kilopondios y arrastra un remolque con una cuerda. El automóvil tiene una masa de 800 kg y el remolque 1 000 kg. Si despreciamos los rozamientos, calcular: 1) La aceleración del movimiento. — 2) La tensión de la cuerda calculada teniendo en cuenta las fuerzas que actúan en uno de sus extremos. — 3) ¿Qué energía cinética poseerá el conjunto auto-remolque cuando habiendo partido del reposo haya recorrido 20 metros? — 4) ¿Qué velocidad alcanzará en el caso anterior?

   Solución:

   1)

$$F - M a - M' a = 0 \qquad a = \frac{F}{M + M'} = \frac{120 \times 9{,}8}{1\,800} = 0{,}65 \text{ m/s}^2$$

   2)

$$\text{Tensión} = F - M a = M' a = \frac{1\,000}{9{,}8} 0{,}65 = 66{,}32 \text{ kp}$$

3)

$$dA = \mathbf{F} \cdot d\,\mathbf{r} = d\left(\frac{1}{2} M v^2\right)$$

$$T = F s = 120 \times 20 = 2\,400 \text{ kgm}$$

4)

$$v = \sqrt{2 a s} = \sqrt{2 \times 0{,}65 \times 20} = 5{,}1 \text{ m/s}$$

3. Suponiendo que un automóvil de 750 kg de peso necesite una potencia de 20 CV para mantener una velocidad constante de 60 km/h por una carretera horizontal, calcular: 1) El valor de la suma de todas las resistencias que se oponen al movimiento. — 2) La potencia necesaria para que el automóvil suba a 60 km/h una pendiente de 10 %, es decir, 10 m de ascenso por cada 100 m de recorrido. Se supone que las resistencias por rozamientos son las mismas que en 1). — 3) La potencia necesaria para que baje una pendiente del 5 % a igual velocidad (60 km/h). — 4) La pendiente que permitirá bajar a la velocidad de 60 km/h al mismo coche sin que funcione el motor.

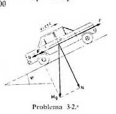
Solución:

1)

$$P = \frac{d W}{dt} = \frac{\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

$$F = R = \frac{P}{v} = \frac{20 \times 75 \times 3\,600}{60\,000} \text{ kp} = 90 \text{ kp}$$

Problema 3-1.ª



Problema 3-2.ª

2)

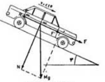
$$P = F v = (F' + R)\, v = (M g \operatorname{sen} \varphi + R)\, v$$

$$P = \left(750 \frac{10}{100} + 90\right) \frac{60\,000}{3\,600 \times 75} \text{ CV} = 36{,}6 \text{ CV}$$

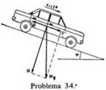
3)

(En el caso en que $F' > R$ sería potencia al freno).

$$P = \left(90 - 750 \frac{5}{100}\right) \frac{60\,000}{3\,600 \times 75} = 11{,}66 \text{ CV}$$



Problema 3-3.ª



Problema 3-4.ª

4)

$$F' = R \;\Rightarrow\; M\,g\,\mathrm{sen}\,\varphi = R \;\Rightarrow\; \mathrm{sen}\,\varphi = \frac{R}{M\,g}$$

$$\mathrm{sen}\,\varphi = \frac{90}{750} = 0{,}12 \qquad \text{Pendiente} = 12\ \%$$

4. Se tiene un volante, en forma de cilindro sólido, de 1 m de diámetro y 600 kg de peso girando a razón de 500 revoluciones por minuto. Se actúa sobre él, para pararlo, mediante un par de valor 20 kp · cm. Calcular: 1) La energía almacenada por el volante cuando gira a su régimen. 2) Qué tiempo tardará a pararse al aplicar el par de frenado. — 3) Cuántas revoluciones dará durante el tiempo que tarda en pararse.

Solución:

$$N = 20\ \text{kp} \cdot \text{cm} = 0{,}2\ \text{kp} \cdot \text{m}$$

1)

$$T = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2 = \frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,M\,r^2\,4\,\pi^2\,\nu^2 = M\,r^2\,\pi^2\,\nu^2 =$$

$$= \frac{600}{9{,}8}\,0{,}25\,\pi^2\left(\frac{500}{60}\right)^2 = 10\,480\ \text{kgm.}$$

2)

$$\left.\begin{array}{l} N = I\,\alpha \\[2ex] \alpha = \dfrac{2\,\pi\,\nu}{t} \end{array}\right| \begin{array}{l} N = \dfrac{1}{2}\,M\,r^2\,\dfrac{2\,\pi\,\nu}{t} \;\Rightarrow \\[2ex] \Rightarrow\; t = \dfrac{M\,r^2\,\pi\,\nu}{N} = \dfrac{600 \times 0{,}25\,\pi \times 500}{9{,}8 \times 60 \times 0{,}2} = 638\,\pi\ \text{s.} \end{array}$$

3)

$$n = \frac{\varphi}{2\,\pi} = \frac{\nu\,t}{2} = \frac{500 \times 638\,\pi}{60 \times 2} = 8\,347\ \text{vueltas.}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Para arrastrar un rodillo de jardinero, de peso 100 kilos, por un terreno horizontal, se emplea una fuerza constante igual a la décima parte de su peso y formando un ángulo de 45° con la horizontal. Calcular el trabajo realizado en un recorrido de 100 metros. Expresar el resultado de ergios, julios y kilográmetros.
2. Si el jardinero del problema anterior verifica el trabajo calculado en 11 minutos y 49 segundos, ¿qué potencia habrá desarrollado? Expresar el resultado en vatios.
3. Calcular la velocidad que sería necesario comunicar a un proyectil de 340 kilogramos para que adquiera una energía cinética igual a la cuarta parte de la que posee un acorazado de 10 000 toneladas, que marcha con una velocidad de 18 nudos. Expresar la velocidad del proyectil en unidades Giorgi, sabiendo que una milla corresponde a 1,852 km y que un nudo es una milla por hora.
4. Con una honda de 0,75 m de radio se hace girar una piedra de 250 gramos a razón de 300 vueltas por minuto, en un plano horizontal, a 2 metros del suelo. Calcúlese: 1) La tensión de la cuerda, supuesta despreciable su masa. 2) La energía cinética de la piedra girando. 3) La velocidad con que sale despedida la piedra al soltar uno de los cabos de la honda. 4) El tiempo que tardará en llegar al suelo, supuesto horizontal y despreciando la resistencia del aire. 5) La distancia a que caerá la piedra.
5. Una fuerza de 14 dinas actuando sobre un punto material en reposo le comunica una velocidad de 20 cm/s después de un recorrido de 50 cm. Calcular el tiempo invertido en dicho recorrido, la masa del punto y la aceleración adquirida.
6. Sobre un punto material de 5 g actúa una fuerza constante que después de 5 s le comunica una energía cinética de 2 250 ergios. Determinar la intensidad de la fuerza y la aceleración, así como el espacio recorrido hasta adquirir dicha energía.
7. Una locomotora eléctrica arrastra un tren de 500 toneladas. Sabiendo que en conjunto las resistencias equivalen a 5 kg por tonelada, calcular: 1) El esfuerzo de tracción, a velocidad constante en horizontal. 2) Calcular también el esfuerzo de tracción subiendo una cuesta de diez milésimas (se eleva 10 m por km) a 72 km/h.
8. Un aro de 1 m de diámetro y de 500 g de masa se encuentra girando, en ausencia de rozamientos, alrededor de su eje con una velocidad angular de una revolución/segundo. Se le aplica entonces una fuerza tangencial constante que le comunica una aceleración angular de una revolución/s² hasta que adquiere una velocidad de 10 revoluciones/s. Calcúlese: 1) El trabajo realizado. 2) El tiempo que dura la aceleración. 3) El valor de la fuerza tangencial aplicada. 4) La potencia mecánica puesta en juego.
9. Un volante circular, de masa 200 kg y radio 40 cm, gira a razón de 120 vueltas/minuto. Calcular: 1) La energía cinética del volante. 2) Tiempo que tardará en pararse cuando se le frena, mediante un par de fuerzas de 40 newtones · metro. 3) Número de vueltas que dará hasta pararse, a partir del momento en que comienza el frenado.

CAPITULO VII

LEYES DE CONSERVACION

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Una pelota se deja caer al suelo desde 2 m de altura. Suponiendo que en cada choque contra el suelo se pierde el 10 % de la energía cinética, calcular la velocidad de la pelota a la salida del segundo choque y la altura que llega después de realizado éste.

Solución:

En el primer choque llega al suelo con una energía cinética igual a la primitiva potencial, de valor:

$$U = M g h$$

cuyo 90 % se transforma en potencial, al llegar la pelota al punto más alto de su trayecto y vuelve a transformarse en cinética durante la caída; en el nuevo choque vuelve a perder un 10 % de la energía cinética que lleva, saliendo del segundo choque con una energía cinética:

$$\frac{1}{2} M v^2 = 0{,}9 \times 0{,}9 \, M g h \qquad (1)$$

a la que corresponde una velocidad:

$$v^2 = 2 \times 0{,}9 \times 0{,}9 \, g h$$

$$v = \sqrt{1{,}62 \times 9{,}8 \times 2} \text{ m/s} = 5{,}63 \text{ m/s}$$

La energía cinética de la pelota a la salida del segundo choque (1) se transforma en potencial:

$$0{,}9 \times 0{,}9 \, M g h = M g h'$$

a la que correponde una altura:

$$h' = 0{,}9 \times 0{,}9 \, h = 0{,}81 \times 2 = 1{,}62 \text{ m}$$

2. Se dispara un proyectil de 300 g con velocidad inicial de 400 m/s formando un ángulo de 60° con la horizontal. Calcular: 1) Alcance. 2) Energías cinética y potencial: a) al salir; b) a los 5 s; c) en el punto más elevado.

Solución:

1)

$$x = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\varphi}{g} = \frac{16 \times 10^4 \operatorname{sen} 120^\circ}{9{,}8} \simeq 14\,139 \text{ m}$$

2)

a) $T_0 = \dfrac{1}{2} M v_0^2 = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{0{,}3}{9{,}8}\, 16 \times 10^4 \simeq 2\,449 \text{ kgm}$

$U_0 = 0$

b) $v_x = v_0 \cos\varphi = 400\,\dfrac{1}{2} = 200 \text{ m/s}$

$v_y = v_0 \operatorname{sen}\varphi = g\,t = 200\sqrt{3} - 9{,}8 \times 5 = 297 \text{ m/s}$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{200^2 + 297^2} \text{ m/s}$

$T = \dfrac{1}{2} M v^2 = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{0{,}3}{9{,}8}\,(200^2 + 297^2) = 1\,962 \text{ kgm}$

$\boxed{T + U = \text{ct}^{\text{e}}} \Rightarrow T_0 = T + U \Rightarrow U = T_0 - T = 2\,449 - 1\,962 = 487 \text{ kgm}$

c) $T' = \dfrac{1}{2} M v_x^2 = \dfrac{1}{2} M v_0^2 \cos^2\varphi = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{0{,}3}{9{,}8}\, 16 \times 10^4 \times 0{,}5^2 = 612 \text{ kgm}$

$T_0 = T + U = T' + U' \Rightarrow U' = T_0 - T' = 2\,449 - 612 = 1\,837 \text{ kgm}$

3. Un ciclista con su bicicleta pesa 80 kg. Partiendo del reposo y sobre un camino horizontal tarda un minuto en alcanzar la velocidad de 18 km/h ejerciendo una fuerza que supondremos constante. Los rozamientos equivalen en total a una fuerza constante de 15 kg. 1) Calcular la fuerza motriz ejercida por el ciclista. 2) Calcular el trabajo realizado por el ciclista durante el primer minuto y la potencia media que ha desarrollado. 3) Si una vez alcanzada la velocidad de 18 km/h deja de pedalear, ¿qué distancia recorrerá en esas condiciones? El camino es horizontal.

Solución:

$$v = 5 \text{ m/s}$$

1)

$$\left.\begin{array}{l} F s = \dfrac{1}{2} M v^2 + R s \\[2ex] s = \dfrac{1}{2} v t \end{array}\right| \quad F = \frac{M v^2}{2 s} + R = \frac{M v}{t} + R = \frac{80 \times 5}{9{,}8 \times 60} + 15 = 15{,}68 \text{ kp}$$

2)

$$W = F s = \frac{F v t}{2} = \frac{15{,}68 \times 5 \times 60}{2} = 2\,352 \text{ kgm}$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{2\,352}{60} = 39{,}2 \text{ kgm/s}$$

3)

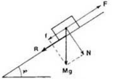
$$W = R\,s' = \frac{1}{2} M\,v^2 \implies s' = \frac{M\,v^2}{2\,R} = \frac{80 \times 25}{9{,}8 \times 2 \times 15} = 6{,}8 \text{ m}$$

4. Se requiere subir un cuerpo de 1 000 kg por un plano inclinado 30° siendo el coeficiente de rozamiento de 0,2. 1) ¿Cuánto vale la fuerza necesaria paralela al plano, para arrastrar el cuerpo con velocidad uniforme? 2) Se abandona el cuerpo en lo alto del plano inclinado, ¿cuánto vale la aceleración de caída? 3) Si se quiere que el descenso sea uniforme, ¿qué fuerza de frenado habrá de aplicar al cuerpo? 4) Si la velocidad uniforme alcanzada en la caída es de 10 km/h, ¿qué potencia desarrolla la fuerza de freno?

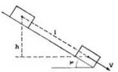
Solución:

1)

$$\left.\begin{aligned} F &= f + R \\ f &= M\,g \operatorname{sen}\varphi \\ R &= \mu\,N = \mu\,M\,g\cos\varphi \end{aligned}\right| \quad F = M\,g\,(\operatorname{sen}\varphi + \mu\cos\varphi) = 673{,}2 \text{ kp}$$



Problema 4-1.ª



Problema 4-2.ª

2)

Este apartado se puede resolver aplicando el principio de D'Alambert, pero lo resolveremos por consideraciones energéticas.

$$U = T + W_{\text{rozamiento}}$$

$$\left.\begin{aligned} M\,g\,h &= \frac{1}{2} M\,v^2 + \mu\,M\,g\,l\cos\varphi \\ h &= l\operatorname{sen}\varphi \end{aligned}\right| \quad g\,l\operatorname{sen}\varphi = \frac{1}{2} v^2 + \mu\,g\,l\cos\varphi$$

$$v = \sqrt{2\,g\,l\,(\operatorname{sen}\varphi - \mu\cos\varphi)} = \sqrt{2\,a\,l} \implies$$

$$\implies a = g\,(\operatorname{sen}\varphi - \mu\cos\varphi) = 3{,}2 \text{ m/s}^2$$

3)

$$f = F + R \;\Rightarrow\; F = f - R = M\,g\,(\operatorname{sen}\varphi - \mu\cos\varphi) = 326{,}5 \text{ kp}$$

4)

$$P = F\,v = 907 \text{ kgm/s}$$

5. Por un plano inclinado 30° sobre la horizontal se lanza hacia arriba un cuerpo de masa 5 kg con una velocidad de 10 m/s, siendo el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano 0,2. 1) ¿Cuál será la aceleración de su movimiento? 2) ¿Qué espacio recorre hasta que se para? 3) ¿Qué tiempo tarda en pararse? 4) Una vez que se para empieza a descender, ¿con qué velocidad pasa por el punto de partida?

Solución:

1)

$$T_0 = U + W_{\text{rozamiento}}$$

$$\frac{1}{2} M\,v_0^2 = M\,g\,l\operatorname{sen}\varphi + \mu\,M\,g\,l\cos\varphi$$

$$v_0 = \sqrt{2\,g\,l\,(\operatorname{sen}\varphi + \mu\cos\varphi)} = \sqrt{2\,|a|\,l}$$

$$|a| = g\,(\operatorname{sen}\varphi + \mu\cos\varphi) = 9{,}8\left(\frac{1}{2} + 0{,}2\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 6{,}6 \text{ m/s}^2$$

2)

$$v_0 = \sqrt{2\,|a|\,l} \qquad l = \frac{v_0^2}{2\,|a|} = \frac{100}{13{,}2} = 7{,}6 \text{ m}$$

3)

$$v_0 = |a|\,t \qquad t = \frac{v_0}{|a|} = \frac{10}{6{,}6} = 1{,}5 \text{ s}$$

4)

$$T_0 = T + W_{\text{rozamiento}}$$

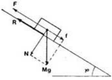
$$\frac{1}{2} M\,v_0^2 = \frac{1}{2} M\,v^2 + 2\,\mu\,M\,g\,l\cos\varphi$$

$$v = \sqrt{v_0^2 - 4\,\mu\,g\,l\cos\varphi} = 7 \text{ m/s}$$

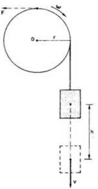
6. La garganta de una polea de 5 cm de radio lleva enrollada una cuerda de la cual pende un peso de 20 gr, siendo de 0,00002 kg · m² el momento de inercia de la polea. Se pide calcular: 1) La aceleración lineal con que se moverá el sistema. — 2) La energía cinética adquirida por el sistema al cabo de 3 s de empezar a moverse. — 3) La fuerza que tendrá que desarrollar un freno sobre la periferia de la polea para parar el sistema en 1 s, empezando a actuar dicho freno al transcurrir el tiempo citado en 2).

Solución:

1) Aunque se puede resolver el problema como hicimos en dinámica de rotación por la ecuación $\mathbf{N} = I\,\alpha$; vamos a resolverlo por consideraciones energéticas.



Problema 4-3.ª



Problema 6

El cuerpo cuando ha bajado una altura h habrá adquirido una velocidad v y la polea girará con una velocidad angular ω, luego:

$$M\,g\,h = \frac{1}{2}\,M\,v^2 + \frac{1}{2}\,I\,\omega^2$$

que junto con que la velocidad del cuerpo es la misma que la de un punto de la periferia de la polea y viene relacionada con ω por:

$$v = \omega\,r$$

nos queda:

$$M\,g\,h = \frac{1}{2}\,M\,v^2 + \frac{1}{2}\,I\,\frac{v^2}{r^2}$$

luego:

$$v = \sqrt{2\,g\,h\,\frac{M\,r^2}{I + M\,r^2}} = \sqrt{2\,a\,h}$$

de donde:

$$a = g\,\frac{M\,r^2}{I + M\,r^2} = 9{,}8\,\frac{2 \times 10^{-2} \times 25 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-5} + 2 \times 10^{-2} \times 25 \times 10^{-4}} = 7\ \mathrm{m/s^2}$$

2)

$$T = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 = M g h$$

$$h = \frac{1}{2} a t^2$$

$$T = M g \frac{1}{2} a t^2 = 2 \times 10^{-2} \times 9{,}8 \frac{1}{2} 7 \times 9 = 6{,}174 \text{ J}$$

3) Si llamamos $t' = 1$ s:

$$\mathbf{N} = \frac{d\mathbf{J}}{dt} \Rightarrow \mathbf{N}\, dt = d\mathbf{J} \Rightarrow N t' = J - J_0$$

como llega al reposo:

$$N t' = J$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{r} \wedge \mathbf{F} \Rightarrow N = r F$$

$$\mathbf{J} = \Sigma\, \mathbf{r}_i \wedge m_i \mathbf{v}_i \quad \left| \begin{array}{l} J = I \omega + r M v \\ v = \omega r \\ v = a t \end{array} \right| \quad J = I \frac{v}{r} + M v r = a t \left[\frac{I}{r} + M r \right]$$

$$r F t' = a t \left[\frac{I}{r} + M r \right] \Rightarrow F = a \frac{t}{t'} \left[\frac{I}{r^2} + M \right]$$

$$F = 7 \frac{3}{1} \left[\frac{2 \times 10^{-3}}{25 \times 10^{-4}} + 20 \times 10^{-3} \right] = 0{,}588 \text{ N}$$

7. Una bala de masa $m = 20$ g se lanza horizontalmente sobre un bloque de madera de masa $M = 2$ kg suspendido por su centro de gravedad de un hilo inextensible, quedando empotrada en él. Después del impacto, el bloque oscila experimentando un desplazamiento vertical de 10 cm. Calcular la velocidad que lleva la bala en el momento del impacto.

Solución:

Se conserva el momento lineal:

$$m v = (m + M) V$$

$$v = \frac{m + M}{m} V$$

una vez realizado el choque la energía cinética del sistema bala-bloque se transforma en energía potencial:

$$\frac{1}{2} (m + M) V^2 = (m + M) g h \qquad V = \sqrt{2 g h}$$

luego:

$$v = \frac{m + M}{m} \sqrt{2 g h} = \frac{2\,020}{20} \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 0{,}1} = 145{,}4 \text{ m/s}$$

8. Dos bolas de marfil B_1 y B_2 de masa M_1 y M_2 están suspendidas de dos hilos inexistensibles de longitud 1 m. Las bolas se tocan, sin presión, cuando los hilos están verticales. Separamos B_1 de su posición de equilibrio un ángulo de 60°, manteniendo el hilo extendido y en el mismo plano vertical que el otro hilo; soltamos B_1 y entonces viene a chocar contra la bola B_2, que estaba inmóvil. Se pide calcular en los tres casos siguientes:

a) $M_2 = 2\,M_1$ b) $M_2 = \dfrac{M_1}{2}$ c) $M_2 = M_1$

1) Velocidad v_1 de B_1 cuando ésta choca con B_2. — 2) Las velocidades de ambas bolas después del choque, supuesto perfectamente elástico. — 3) Las alturas a que ascenderán después del choque en el tercer caso.

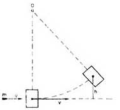
Solución:

1) En los tres casos

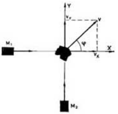
$$v_1 = \sqrt{2\,g\,h} = \sqrt{2\,g\,l\,(1 - \cos\varphi)} = \sqrt{2 \times 10\left(1 - \frac{1}{2}\right)} = \sqrt{10}\ \text{m/s}$$

2)

$$\left.\begin{aligned} v'_1 &= v_1 \frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} + 2\,\frac{M_2\,v_2}{M_1 + M_2} \\ v'_2 &= 2\,\frac{M_1\,v_2}{M_1 + M_2} - v_2\,\frac{M_1 - M_2}{M_1 + M_2} \end{aligned}\right|$$



Problema 7



Problema 9

a)

$$\begin{aligned} v_2 &= 0 \\ M_2 &= 2\,M_1 \end{aligned}\ \left|\ \begin{aligned} v'_1 &= v_1 \frac{M_1 - 2\,M_1}{M_1 + 2\,M_1} = -\frac{v_1}{3} = -\frac{\sqrt{10}}{3}\ \text{m/s} \\ v'_2 &= 2\,\frac{M_1\,v_1}{M_1 + 2\,M_1} = 2\,\frac{v_1}{3} = \frac{2\sqrt{10}}{3}\ \text{m/s} \end{aligned}\right.$$

b)

$$v_2 = 0 \qquad M_1 = 2M_2 \quad \left| \begin{array}{l} v'_1 = v_1 \dfrac{2M_2 - M_2}{2M_2 + M_2} = \dfrac{v_1}{3} = \dfrac{\sqrt{10}}{3} \text{ m/s} \\ v'_2 = 2 \dfrac{2M_2 v_1}{2M_2 + M_2} = \dfrac{4}{3} v_1 = \dfrac{4\sqrt{10}}{3} \text{ m/s} \end{array} \right.$$

c)

$$v_2 = 0 \qquad M_1 = M_2 \quad \left| \begin{array}{l} v'_1 = 0 \\ v'_2 = v_1 = \sqrt{10} \text{ m/s} \end{array} \right.$$

3) La misma de la que ha caído la primera

$$h = l(1 - \cos\varphi) = 1\left(1 - \frac{1}{2}\right) = 0{,}5 \text{ m}$$

9. Un cuerpo de 5 kg de masa se mueve sobre una mesa lisa con velocidad 10 m/s y choca con otro de 10 kg de masa que se desplaza en dirección perpendicular a la anterior con velocidad de 5 m/s. Ambos bloques, después del choque, quedan unidos y deslizan juntos. Calcular la velocidad de ambos después del choque, la dirección de ésta y la pérdida de energía cinética en el choque.

Solución:

$$\mathbf{p} = \text{ct}^e \quad \left| \begin{array}{l} p_x = M v_x = \text{ct}^e \\ p_y = M v_y = \text{ct}^e \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} M_1 v_1 = (M_1 + M_2) v_x \\ M_2 v_2 = (M_1 + M_2) v_y \end{array} \right|$$

$$v_x = \frac{M_1}{M_1 + M_2} v_1 = \frac{5}{5 + 10} 10 = \frac{10}{3} \text{ m/s}$$

$$v_y = \frac{M_2}{M_1 + M_2} v_2 = \frac{10}{5 + 10} 5 = \frac{10}{3} \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \frac{10\sqrt{2}}{3} \text{ m/s}$$

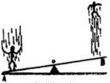
$$\text{tg}\,\varphi = \frac{v_y}{v_x} = 1 \;\Rightarrow\; \varphi = 45^\circ$$

$$\Delta T = T_0 - T = \frac{1}{2} M_1 v_1^2 + \frac{1}{2} M_2 v_2^2 - \frac{1}{2}(M_1 + M_2) v^2 =$$

$$= \frac{1}{2} 5 \times 10^2 + \frac{1}{2} 10 \times 5^2 - \frac{1}{2} 15 \frac{200}{9} = 208{,}3 \text{ J}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Un atleta —*A*— de 70 kg de masa se lanza contra el extremo de un tablón apoyado en un punto, desde una altura de 3 m. En el otro extremo del tablón se encuentra un chico —*B*— de 35 kilogramos. Suponiendo que las 2/3 partes de la energía cinética de *A* se transmiten al chico *B*, calcular la altura a que éste ascenderá.



Problema 1

2. Desde una torre de 30 m de altura se lanza un objeto de masa 0,10 kg con una velocidad de 16 m/s, en una dirección que forma un ángulo de 45° con la horizontal. ¿Cuál es la energía total (cinética y potencial) después del lanzamiento? ¿Cuál es la velocidad cuando se encuentra a 10 m sobre el suelo? No tomar en consideración la resistencia del aire.
3. Desde una cierta altura dejamos caer un cuerpo y llega al suelo con velocidad v_1; si en vez de abandonarlo lo lanzamos verticalmente hacia abajo con una velocidad v_2, ¿con qué velocidad llega al suelo?
4. Con ayuda de una cuerda se hace girar un cuerpo de 1 kg en una circunferencia de 1 m de radio, situada en un plano vertical, cuyo centro está situado a 10,8 m, por encima de un suelo horizontal. La cuerda se rompe cuando la tensión es de 11,2 kg lo cual ocurre cuando el cuerpo está en el punto más bajo de su trayectoria. Se pide: 1) ¿Qué velocidad tiene el cuerpo cuando se rompe la cuerda? — 2) ¿Cuánto tardará en caer al suelo? — 3) Cuál será su velocidad en el instante de chocar contra el suelo?
5. Un cañón de 30 cm de diámetro y 15 m de longitud, lanza un proyectil de 350 kg, comunicándole una velocidad inicial de 900 m/s y llega al blanco con una velocidad de 540 m/s. Se supone que el movimiento del proyectil dentro del tubo del cañón es uniformemente acelerado debido a la fuerza constante de los gases de combustión de la pólvora. Se desea saber: 1) Aceleración del proyectil dentro del tubo del cañón. 2) Tiempo invertido para recorrer la longitud del tubo del cañón. 3) Fuerza ejercida por los gases de la pólvora sobre el proyectil. 4) Presión de estos gases sobre la base del proyectil. 5) Energía cinética del proyectil a la salida del cañón y su llegada al blanco. 6) ¿A qué altura se encuentra el blanco?
6. Un automotor de 10^4 kg parte del reposo por una vía recta y horizontal y tarda un minuto en adquirir su velocidad de régimen 100 km/h. 1) Calcular la aceleración durante ese minuto, supuesta constante. 2) Si del techo pende un péndulo (un hilo fino con una esfera en su extremo), cómo calcularíamos el ángulo que forma el hilo del péndulo con la vertical durante el primer minuto. 3) Si el automotor cuando marcha a 100 km/h, frena hasta parar en 20 m, ¿cuánto vale la fuerza de frenado?
7. Un automóvil de 1 425 kilos de masa parte del reposo sobre una pista horizontal. Suponiendo que la resistencia al avance es constante y vale 15 kg, calcular: 1) La aceleración que es preciso comunicar al auto para alcanzar la velocidad de 120 km/h en 800 m. 2) El trabajo que habrá realizado el motor desde el momento de partir hasta que alcanza la velocidad de 120 km/h. 3) La potencia que desarrolla el motor en el momento en que ha alcanzado los 120 km/h. 4) En el preciso instante en

que se alcanza la velocidad de 120 km/h desconectamos el motor de la transmisión, ¿qué trayecto recorrerá aún el auto hasta pararse?, ¿cuánto tiempo tardará en pararse?

8. Desde lo alto de un plano inclinado 30° sobre la horizontal se deja caer un cuerpo de masa 1 kg que desliza sobre el plano, siendo el coeficiente de rozamiento 0,2. Determinar: 1) Aceleración de bajada. 2) Tiempo que tarda en recorrer 10 metros en el plano. 3) Velocidad final al cabo de recorrer estos 10 metros. (Resolver el problema por consideraciones energéticas).
9. Un cuerpo de masa 100 g se impulsa a lo largo de un plano inclinado 30° con velocidad instantánea de 5 m/s, ascendiendo por el plano y al final se para. El coeficiente de rozamiento del cuerpo con el plano es de 0,2. Determinar: 1) La longitud de plano que recorre el cuerpo hasta que se detiene. 2) Trabajo de la fuerza de rozamiento. 3) Aumento de la energía potencial del cuerpo en el momento en que se para.
10. Se tiene un plano inclinado, sobre la horizontal 30°, y de longitud 10 m. ¿Qué velocidad paralela al plano debe de comunicarse a un cuerpo que pesa 1 kg para que al llegar al final del plano su velocidad sea cero? El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano vale 0,1. ¿Qué tiempo ha tardado el cuerpo en recorrer el plano? El cuerpo una vez que se ha parado, inicia el descenso por la acción de su propio peso. ¿Qué velocidad tendrá al llegar al punto donde partió?
11. A lo largo de un plano inclinado un ángulo φ, cuya tg = 0,3, y de coeficiente dinámico de rozamiento entre la superficie del plano y el móvil $\mu = 0,3$ se desplaza un cuerpo que pesa 10 kilopondios. La altura del plano es de 50 metros. Calcular: 1) Fuerza mínima horizontal necesaria para subirlo con movimiento uniforme. — 2) Fuerza paralela al plano para subir el mismo en 10 segundos con movimiento uniformemente acelerado. — 3) Trabajo desarrollo y en qué se ha invertido. — 4) Potencia media desarrollada.
12. Un volante gira por la acción de un peso $P = 4$ kg, que cuelga verticalmente del extremo de una cuerda arrollada a su eje. Partiendo del reposo, el peso P desciende una altura vertical $h = 3$ m en el tiempo $t = 12$ s. Determinar la energía cinética E adquirida por el volante en ese intervalo, y la tensión T de la cuerda durante el movimiento (el volante es un cilindro macizo).
13. Una varilla homogénea de 1 metro de longitud puede girar en torno a un eje horizontal que pasa por uno de sus extremos. La desplazamos de su posición de equilibrio estable y la colocamos vertical, de forma que el eje de giro esté en el punto más bajo del sistema. La varilla cae girando, espontáneamente. Calcular: 1) La velocidad de su extremo libre al pasar por la posición de equilibrio estable. 2) La velocidad de su extremo libre al pasar la varilla por su posición horizontal. 3) Hallar una fórmula general de la velocidad de su extremo libre y aceleración angular, tangencial, normal y resultante, en función de su longitud l, de g, y del ángulo descrito desde su posición inicial.
14. El peso del conjunto móvil (tubo cuña) que retrocede de una pieza de 105/11 de montaña es de 240 kg. Sabiendo que la masa del proyectil es de 10 kg y que la velocidad de salida del mismo es de 250 m/s, calcular la velocidad de retroceso y la fuerza impulsiva de los gases (el proyectil recorre el ánima en 1/20 de segundo).
15. En el cañón sin retroceso de 70 mm la masa del proyectil con su espoleta es de 7 kg y la velocidad del mismo a la salida del cañón es 200 m/s.

Calcular la masa de los gases producidos en la combustión de la carga de proyección, teniendo en cuenta que la velocidad de salida de los mismos es de 700 m/s.

16. Sobre un trozo de madera cuya masa es 20 kg hacemos un disparo de fusil. Teniendo en cuenta que en el momento del impacto el proyectil (masa = 40 g) lleva una velocidad de 300 m/s y suponiendo que el proyectil quede incrustado en la madera, calcular la velocidad que adquiere el conjunto *madera-proyectil*, teniendo en cuenta que en el *choque inelástico* se conserva el momento lineal, pero no la energía cinética.

17. Una esfera *A*, se mueve con velocidad v; choca contra otra esfera *B* quieta y ésta, al salir despedida choca, a su vez, con una tercera esfera *C*, también inmóvil. La relación de masas de las tres esferas; $M_A : M_B : M_C$ como 3 : 6 : 2. Calcular la velocidad con que sale la bola *C*. El choque se supone central y perfectamente elástico.

18. Tenemos dos bloques de masas 5 y 15 g que se mueven en la misma dirección con las velocidades de 10 y 5 cm/s respectivamente. Calcular: 1) Sus velocidades después del choque, en el caso de que sus movimientos sean de sentidos opuestos. 2) En el caso de que lleven el mismo sentido, y el más rápido alcance al más lento. — En ambos casos se consideran los choques perfectamente elásticos. 3) Si en el primer caso fuera el choque perfectamente inelástico, calcular: a) La velocidad común del conjunto de ambos; b) La pérdida de energía cinética; c) Indicar en qué se transforma esta energía aparentemente perdida.

CAPITULO VIII

EL OSCILADOR ARMONICO - PENDULO

PROBLEMAS RESUELTOS

1. La aceleración de un movimiento queda determinada por la expresión:

$$a = -16\pi^2 x$$

estando a medida en cm/s² y x (distancia al origen) en cm. Sabiendo que el desplazamiento máximo es 4 cm y que se ha comenzado a contar el tiempo cuando la aceleración adquiere su valor absoluto máximo, en los desplazamientos positivos, determinar: 1) La ecuación del desplazamiento para cualquier instante. — 2) La velocidad y aceleración cuando el desplazamiento es la mitad del máximo.

Solución:

1)

$$\left.\begin{array}{l} A = 4 \text{ cm} \\ \varphi = \dfrac{\pi}{2} \\ \omega = 4\pi \text{ s}^{-1} \end{array}\right| \begin{array}{l} x = 4\cos 4\pi t \\ v = -16\pi \operatorname{sen} 4\pi t = -4\pi\sqrt{16 - x^2} \\ a = -64\pi^2 \cos 4\pi t = -16\pi^2 x \end{array}$$

2)

Los extremos serán los valores absolutos de las cantidades siguientes:

$$\text{Si } \operatorname{sen} 4\pi t = 1 \implies v_{\text{máx.}} = -16\pi \text{ cm/s}$$

$$\text{Si } \cos 4\pi t = 1 \implies a_{\text{máx.}} = -64\pi \text{ cm/s}^2$$

3)

$$x = \frac{A}{2} = 2 \text{ cm} \left| \begin{array}{l} v = -4\pi\sqrt{16-4} = -8\pi\sqrt{3} \text{ cm/s} \\ a = -16\pi^2 2 = -32\pi^2 \text{ cm/s}^2 \end{array}\right.$$

2. Calcular la diferencia de fase que deben tener dos movimientos vibratorios armónicos del mismo período, dirección y amplitud, para que el movimiento resultante tenga la misma amplitud que cualquiera de ellos. Representar gráficamente los movimientos componentes y el resultante.

Solución:

La amplitud del movimiento resultante es:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2\,A_1\,A_2 \cos\varphi$$

como es condición que:

$$A_1 = A_2 = A \quad \Rightarrow \quad A^2 = 2\,A^2 + 2\,A^2 \operatorname{coc}\varphi \quad \Rightarrow \quad \cos\varphi = -\frac{1}{2}$$

luego:

$$\boxed{\varphi = 120^\circ = \frac{2\,\pi}{3}}$$

Las ecuaciones de los dos movimientos las escribiremos de la forma:

$$x_1 = A \operatorname{sen} \omega\, t$$

$$x_2 = A \operatorname{sen}\left(\omega\, t + \frac{2\,\pi}{3}\right)$$

El movimiento resultante tendrá por ecuación:

$$x = A \operatorname{sen}(\omega\, t + \alpha)$$

como:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{A_2 \operatorname{sen}\varphi}{A_1 + A_2 \cos\varphi} = \frac{A \operatorname{sen}\varphi}{A + A\cos\varphi} = \frac{\operatorname{sen}\varphi}{1 + \cos\varphi} = \frac{\operatorname{sen} 120}{1 + \cos 120} =$$

$$= \frac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{1 - \dfrac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\boxed{\alpha = 60^\circ = \frac{\pi}{3}}$$

La ecuación es:

$$x = A \operatorname{sen}\left(\omega\, t + \frac{\pi}{3}\right)$$

La representación gráfica de $x_1 = f_1(t)$ es una sinusoide que parte del origen.

La representación de $x_2 = f_2(t)$, como:

$$x_{02} = A \operatorname{sen} 120 = A\,\frac{\sqrt{3}}{2}$$

será una sinusoide con ordenada en el origen x_{02}, teniendo en cuenta que para $\omega t = 60°$ se anula x_2, adquiriendo, a partir de ese valor del tiempo, valores negativos.

La ordenada en el origen del movimiento resultante ($t = 0$) es:

$$x_0 = A \operatorname{sen} 60 = A \frac{\sqrt{3}}{2}$$

idéntica a la anterior. El valor máximo de la elongación se encuentra para $\omega t = 30°$ y su anulación para $\omega t = 120°$.

3. A un resorte, cuya longitud natural, cuando está colgado de un punto fijo A es de 40 cm se le pone una masa de 50 g unida a su extremo libre. Cuando esta masa está en posición de equilibrio B, la longitud del resorte es de 45 cm. La masa se impulsa 6 cm hacia abajo (punto C) y se suelta. 1) ¿Cuál será la constante del resorte? — 2) ¿Cuánto vale su aceleración cuando el resorte está separado 6 cm de su posición de equilibrio? — 3) ¿Cuál será su aceleración cuando ha alcanzado un punto de 2 cm por encima de C? — 4) ¿Cuál será la fuerza que actúa sobre él en el punto 2 cm por encima de C? — 5) Dibújese un esquema con las diferentes posiciones del movimiento descrito.

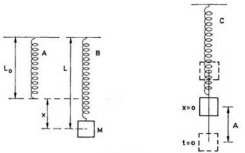
Solución:

1)

$$F = K x \Rightarrow K = \frac{F}{x} = \frac{M g}{L - L_0} = \frac{50 \times 980}{5} = 9{,}8 \times 10^3 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}}$$

y como:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} = 2\pi \sqrt{\frac{50}{9{,}8 \times 10^3}} = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ s}$$



Problema 3

luego:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\sqrt{5}\pi\ \text{s}^{-1} \qquad x = 6\cos 2\sqrt{5}\pi t$$

$$v = 12\sqrt{5}\pi \operatorname{sen} 2\sqrt{5}\pi t = 2\sqrt{5}\pi\sqrt{36 - x^2}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \qquad a = -120\pi^2 \cos 2\sqrt{5}\pi t = -20\pi^2 x$$

$$A = 6\ \text{cm} \qquad F = -6\,000\pi^2 \cos 2\sqrt{5}\pi t = -1\,000\pi^2 x$$

2)

$$x = A = 6\ \text{cm} \Rightarrow a = -20\pi^2 6 = -120\pi^2\ \text{cm/s}^2$$

3)

Cuando se encuentra a 2 cm de la posición más estirada, entonces:

$$x = 6 - 2 = 4\ \text{cm} \Rightarrow a = -20\pi^2 4 = -80\pi^2\ \text{cm/s}^2$$

4)

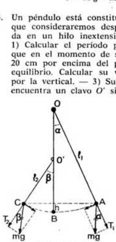
La fuerza productora del movimiento vibratorio armónico es:

$$\left.\begin{array}{l} F = -1\,000\pi^2 x \\ x = 4\ \text{cm} \end{array}\right| \quad F = -4\,000\pi^2\ \text{dyn}$$

La fuerza que actúa sobre el cuerpo es:

$$F = Mg + Ma = 50\,(980 + 80\pi^2) = 88\,478{,}6\ \text{dyn}$$

4. Un péndulo está constituido por una pequeña esfera, de dimensiones que consideraremos despreciables, cuya masa es $m = 200$ g, suspendida en un hilo inextensible y sin peso apreciable, de 2 m de largo. 1) Calcular el período para pequeñas amplitudes. — 2) Supongamos que en el momento de su máxima elongación la esfera se ha elevado 20 cm por encima del plano horizontal que pasa por la posición de equilibrio. Calcular su velocidad y su energía cinética cuando pase por la vertical. — 3) Supongamos que al pasar por la vertical el hilo encuentra un clavo O' situado un metro por debajo del punto de suspenación O y normal al plano de oscilación. Describir el movimiento ulterior de la esfera. Calcular la relación de las tensiones del hilo cuando el péndulo alcanza sus posiciones extremas. — 4) Calcular el período de este péndulo, tal como se describe en el apartado 3), para pequeñas amplitudes.



Problema 4

Solución:

1)

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{9{,}8}} = 2\sqrt{2}\,\text{s}$$

2)

Si T_k = energía cinética.

$$U = T_k \qquad T_k = M\,g\,h = 0{,}2 \times 9{,}8 \times 0{,}2 = 0{,}392 \text{ J}$$

$$v = \sqrt{2\,g\,h} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \times 0{,}2} = 1{,}98 \text{ m/s}$$

3)

Hemos elevado la masa M, a una altura h (20 cm) sobre el plano horizontal; al soltarla irá de A a B describiendo un arco de centro O; después ascenderá la misma altura h (conservación de la energía) describiendo el arco BC, con centro en O' y luego volverá de C a A.

$$T_1 = M\,g\cos\alpha \quad \Bigg| \quad \cos\alpha = \frac{l_1 - h}{l_1} \qquad l_2 = \frac{l_1}{2}$$

$$T_2 = M\,g\cos\beta \quad \Bigg| \quad \cos\beta = \frac{l_2 - h}{l_2} = \frac{\dfrac{l_1}{2} - h}{\dfrac{l_1}{2}} = \frac{l_1 - 2\,h}{l_1}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{l_1 - h}{l_1 - 2\,h} = \frac{2 - 0{,}2}{2 - 2 \times 0{,}2} = \frac{1{,}8}{1{,}6} = \frac{9}{8} = 1{,}125$$

4)

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$\mathrm{T}_1 = 2\sqrt{2}\,\mathrm{s}$$

$$T_2 = 2\,\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}} = 2\,\pi\sqrt{\frac{1}{9{,}8}} = 2 \text{ s}$$

$$T = \frac{2\sqrt{2} + 2}{2} = \sqrt{2} + 1 = 2{,}41 \text{ s}$$

5. Una varilla cilíndrica, homogénea, de longitud un metro, oscila como un péndulo pendiente de uno de sus extremos. Su masa es 100 gramos y el valor de $g = 9{,}8$ m/s². Determinar: 1) El momento de inercia de la varilla en unidades Giorgi. — 2) Período de oscilación del péndulo. 3) Longitud del péndulo simple equivalente.

Solución:

1)

$$I = \frac{1}{3} M\,l^2 = \frac{0{,}1}{3} = 0{,}033 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

2)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{M g d}} \qquad d = \frac{l}{2} \quad \Bigg| \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{2 M l^2}{3 M g l}} = 2\pi\sqrt{\frac{2 l}{3 g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3 \times 9{,}8}} = 1{,}63 \text{ s}$$

3)

$$2\pi\sqrt{\frac{2 l}{3 g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{2 l}{3} = \frac{2}{3} \text{ m}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Un punto material oscila con movimiento vibratorio armónico simple de amplitud 2 cm y frecuencia 10 vibraciones/segundo. Calcular su velocidad y aceleración máximas y la velocidad y aceleración en el tiempo $t = 1/120$ s.
2. Determinar la amplitud y la ecuación general del *m. v. a.* que resulta al estar sometido un cuerpo material a las vibraciones:

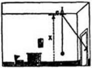
$$x_1 = 3 \text{ sen}\left(8\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$x_2 = 4 \text{ sen } 8\pi t$$

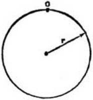
3. Un punto material de 40 g de masa, realiza un movimiento armónico simple de período $T = 0{,}32$ s. Calcular el valor de la amplitud, sabiendo que el valor máximo de la fuerza responsable del movimiento vale 10 N.
4. A una partícula material de 10 g de masa se le hace describir un movimiento vibratorio armónico simple en la dirección del eje de de las X. La amplitud del movimiento es de 5 cm y cada segundo efectúa el punto media vibración. Calcúlese: 1) La ecuación que rige el movimiento. 2) La naturaleza de la fuerza capaz de producirlo y su valor. — 3) Los valores de la elongación para los que será máxima la velocidad. — 4) Los valores de la elongación para los que la aceleración será nula.
5. Una masa de 20 g realiza un movimiento vibratorio armónico en el extremo de un resorte que da dos oscilaciones por segundo, siendo la amplitud del mismo 5 cm. Calcular: 1) La velocidad máxima de la masa que oscila. — 2) La aceleración de la masa en el extremo de su movimiento. — 3) La constante K del resorte.
6. El movimiento del pistón de un automóvil podemos considerarlo vibratorio armónico simple: Si la carrera del pistón es de 10 cm (doble de la amplitud) y la velocidad angular del cigüeñal es de 3 600 revoluciones por minuto, calcular la aceleración del pistón en el extremo de la carrera. Si el pistón pesa 500 g, ¿qué fuerza resultante se ejercerá sobre él en el extremo de su carrera? Calcular la velocidad máxima del pistón.
7. Un cuerpo cuya masa es de 100 g posee un movimiento armónico sim-

ple a lo largo de una línea recta AB de 10 cm de longitud, con un período de 2 s. Calcular: 1) La velocidad y aceleración en el punto medio de la recta AB. — 2) La velocidad y aceleración en el extremo B. — 3) La fuerza recuperadora en el punto B.

8. A un muelle helicoidal se le cuelga un cuerpo de 10 kg y se alarga 2 cm. Después se le añaden otros 10 kg y se le da un tirón hacia abajo, de modo que el sistema comienza a oscilar con una amplitud de 3 cm. Se desea saber: 1) La frecuencia del movimiento. — 2) La velocidad, la aceleración y la fuerza recuperadora a los 2 s de haber empezado a oscilar.
9. De un fino cordel pendiente del techo de una habitación colgamos una masa de plomo, siendo la distancia entre su centro de gravedad y el suelo 14,2 cm. La hacemos oscilar y observamos que cincuenta oscilaciones completas se realizan en 5 minutos 45,4 segundos. Hacemos que el centro de gravedad de la bola de plomo esté a 2,20 m del suelo, observando que otras cincuenta oscilaciones completas se realizan en 5 minutos 14 segundos. Calcular la altura del techo y la aceleración de la gravedad del lugar.
10. Un péndulo que bate segundos (semiperíodo = 1 s), tiene de longitud 1 metro. Calcular la longitud del péndulo que, en el mismo lugar de la Tierra, tiene un período de oscilación de 10 segundos.
11. Un reloj de péndulo compensado que bate segundos en el ecuador, se traslada al polo. Calcular el retraso o adelanto del reloj en un día. (El valor de g en el ecuador es 978 cm/s² y en el polo 983 cm/s² en los péndulos compensados, la temperatura no ejerce influencia sobre la longitud del péndulo).



Problema 9



Problema 13

12. Tenemos un péndulo simple, formado por una esfera de 100 g suspendida de un hilo de un metro de longitud. Separamos la esfera de su posición de equilibrio hasta formar un ángulo de 30° y luego la soltamos para que oscile libremente. Se pide: 1) La energía potencial cuando la elongación es máxima. — 2) La velocidad máxima que alcanzará. — 3) La energía cinética máxima que adquirirá. — 4) El tiempo que empleará en 10 oscilaciones completas. (Se supone que los rozamientos son despreciables).
13. El aro de la figura, de radio un metro, oscila con pequeña amplitud alrededor del punto O. Calcular: 1) Período de oscilación. — 2) Longitud del péndulo simple equivalente. (Momento de inercia del aro respecto a O: $I = 2\,Mr^2$).

14. Una varilla de un metro de longitud pesa 10 g y oscila como un péndulo colgado de uno de los extremos; la varilla es de densidad uniforme; su sección es constante. Determinar: 1) Período de oscilación de la varilla. — 2) Longitud del péndulo simple equivalente. — 3) Si la varilla se separa 30° de su posición vertical, ¿cuál es la velocidad del extremo inferior de la varilla, al pasar por la posición vertical? (No se consideran rozamientos).

CAPITULO IX

ONDAS

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Las longitudes de onda de las luces «visibles» están comprendidas entre 7 500 (rojo) y 4 000 Å (violeta). Calcular, en *hertz*, las frecuencias de estas radiaciones extremas.

Solución:

De la fórmula:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda}$$

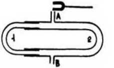
$$(c = 3 \times 10^{10}\ \text{cm/s})$$

Reduciendo todo a cm y sustituyendo:

$$\nu_1 = \frac{3 \times 10^{10}}{7\,500 \times 10^{-8}} = \frac{3 \times 10^{18}}{7\,500} = \frac{3 \times 10^{16}}{75} = 4 \times 10^{14}\ \text{vibraciones/s}$$

$$\nu_2 = \frac{3 \times 10^{10}}{4\,000 \times 10^{-8}} = \frac{3 \times 10^{18}}{4\,000} = \frac{3 \times 10^{15}}{4} = 75 \times 10^{13}\ \text{vibraciones/s}$$

2. El aparato de Quincke consta de dos tubos en *U*, pudiéndose deslizar las ramas de uno de ellos dentro de las ramas del otro. En las proximidades de la ramificación *A* se produce un sonido que se escucha poniendo el oído en *B*. Deslizando el tubo 1, dentro del 2, se encuentran posiciones en las que no se percibe sonido, ¿por qué?. Si el desplazamiento lateral que hay que dar al tubo 1, desde que no se percibe sonido hasta que, de nuevo, se deja de percibir, es de 25 cm, ¿cuál es la longitud de onda, la frecuencia y el período de las ondas sonoras? Velocidad de propagación del sonido en el aire, 340 m/s.



Problema 2

Solución:

No se percibirá sonido cuando la diferencia de recorridos *A* 1 *B* y A 2 B, sea un número impar de semi-longitudes de onda. Si en tales condiciones se desplaza el tubo 1, hasta dejar de nuevo de percibir sonido, el exceso de recorrido que hace el sonido, con respecto a la posición anterior es una longitud de onda.

En la segunda posición el sonido ha recorrido en la rama A 1 B, 50 cm más que en la A 2 B (25 en la parte superior de 1 y 25 en la inferior). Por tanto:

$$\lambda = 50 \text{ cm}$$

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0{,}5} = 680 \text{ hertz}$$

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{680} \text{ segundos}$$

3. La potencia emisora de dos silbatos es $4\pi \times 10^{-2}$ y $16\pi \times 10^{-2}$ vatios. Ambos emiten un sonido regularmente en todas las direcciones, cuya frecuencia es 850 *hertz*. Un punto A está situado a 10 m del primero y 20 del segundo. Siendo la velocidad de propagación del sonido en el aire 340 m/s, determinar las intensidades en el punto A, provocadas, independientemente por cada uno de los sonidos y la producida cuando actúan los dos silbatos a la vez. ¿Cuánto tendríamos que modificar la distancia del primer emisor, permaneciendo constante la del segundo, para percibir en A un mínimo de intensidad?

Solución:

$$I = \frac{P_m}{4\pi r^2} \left| \begin{array}{l} I_1 = \dfrac{4\pi \times 10^{-2}}{4\pi \times 10^2} = 10^{-4}\,\text{w/m}^2 = 10^{-8}\,\text{w/cm}^2 \\[2ex] I_2 = \dfrac{16\pi \times 10^{-2}}{4\pi \times 20^2} = 10^{-4}\,\text{w/m}^2 = 10^{-8}\,\text{w/cm}^2 \end{array} \right.$$

$$I_1 = I_2 = I \qquad \lambda = \frac{v}{\nu} \qquad I_R = I + I + 2\sqrt{II}\cos\left(2\pi\frac{d_2 - d_1}{v}\nu\right) =$$

$$= 2I\left[1 + \cos 2\pi\frac{(d_2 - d_1)}{v}\nu\right] = 2 \times 10^{-4}\left[1 + \cos 2\pi\frac{10 \times 850}{340}\right] =$$

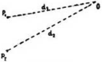
$$= 2 \times 10^{-4}[1 + \cos 50\pi] = 4 \times 10^{-4}\,\text{w/m}^2 = 4 \times 10^{-8}\,\text{w/cm}^2$$

Existiendo un máximo la modificación de distancia de uno de los focos para producir mínimo, es:

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2\nu} = \frac{340}{2 \times 850} = 0{,}2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. El oído humano percibe sonidos cuyas frecuencias están comprendidas entre 20 y 20.000 *hertz* (vibraciones por segundo). Siendo la velocidad de propagación del sonido en el aire 330 metros por segundo (a 0° de temperatura), calcular las longitudes de onda de los sonidos extremos.
2. Las ondas emitidas en una emisora de radio se propagan en el vacío a la velocidad de la luz (300 000 km/s). Las llamadas «ondas largas» tienen una longitud de onda de 2 000 a 600 metros. Calcular las frecuencias extremas de la emisión en kilociclos/s (cada kilociclo/s equivale a 1 000 *hertz*, o sea 1 000 vibraciones por segundo).
3. Las ondas normales de la radio son emitidas con frecuencias comprendidas entre 500 kc/s ($\lambda = 600$ m) y 1 500 kc/s. Calcular la longitud de onda correspondiente a esta última frecuencia.
4. Sabiendo que las ondas cortas de la radio tienen una longitud de 10 m representar gráficamente las variaciones de longitud de onda y frecuencia, desde 2 000 metros a 10 m. Tomar en abscisas longitudes de onda y en ordenadas frecuencias. Aprovechar los datos y resultados de los problemas anteriores.
5. En la figura P_1 y P_2 representan dos focos emisores de un sonido de 100 *hertz* (vibraciones/s). En O se coloca un aparato registrador de sonido; las distancias d_1 y d_2 son 100 m, y 103,4 m; la velocidad de propagación del sonido en el aire es 340 m/s. ¿Registrará sonido el aparato colocado en O?



Problema 6

CAPITULO X

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE LA ELECTROESTATICA

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Dos cuerpos cargados con un culombio se repelen entre sí en el vacío con una fuerza de 102 kp. ¿A qué distancia están uno de otro?

Solución:

$$F = K\frac{Q^2}{r^2} \quad \left| \begin{array}{l} F = 102 \times 9{,}8 \text{ N} \\ Q = 1 \text{ C} \\ K = 9 \times 10^9 \dfrac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \end{array} \right.$$

$$102 \times 9{,}8 = 9 \times 10^9 \frac{1}{r^2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{r = 3\,000 \text{ m} = 3 \text{ km}}$$

2. Dos partículas alfa están separadas una distancia de 10^{-11} cm. Calcular la fuerza electrostática con que se repelen, la fuerza gravitatoria con que se atraen y comparar ambas entre sí.

$$K_0 = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{C^2}$$

$$e = 1{,}6 \times 10^{-19} \text{C} \qquad G = 6{,}67 \times 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$$

masa de una partícula α:

$$m = 6{,}68 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Solución:

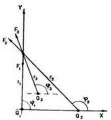
La carga de una partícula α es 2 e.

$$F_E = K\frac{Q^2}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{4 \times 1{,}6^2 \times 10^{-38}}{10^{-26}} = 92{,}16 \times 10^{-3} \text{ N}$$

$$F_G = G\frac{m^2}{r^2} = 6{,}67 \times 10^{-11} \frac{6{,}68^2 \times 10^{-54}}{10^{-26}} = 29{,}76 \times 10^{-40} \text{ N}$$

La fuerza gravitatoria es del orden de 10^{-37} veces menor que la electrostática y, por tanto, despreciable frente a ella.

3. Calcular la fuerza que actúa sobre una carga de $1\,\mu C$ en (0,4) (en metros) debida a la siguiente distribución: En (00) una carga $Q_1 = -3\,\mu C$ en (4,0) una carga $Q_2 = 4\,\mu C$ y en (1,1) una carga $Q_3 = 2\,\mu C$.



Problema 3

Solución:

$$\mathbf{F} = K\,Q \sum \frac{Q_i}{r_i^3}\,\mathbf{r}_i = F_x\,\mathbf{i} + F_y\,\mathbf{j}$$

$$F_1 = K\,\frac{Q\,Q_1}{r_1^2} = 9\times 10^9\,\frac{10^{-6}\times 3\times 10^{-6}}{16} = \frac{27}{16}\,10^{-3}\ \mathrm{N}$$

$$\left.\begin{array}{l} \operatorname{sen}\varphi_1 = -1 \\ \cos\varphi_1 = 0 \end{array}\right| \begin{array}{l} F_{x1} = F_1\cos\varphi_1 = 0 \\ F_{y1} = F_1\operatorname{sen}\varphi_1 = -\dfrac{27}{16}\,10^{-3}\ \mathrm{N} \end{array}$$

$$F_2 = K\,\frac{Q\,Q_2}{r_2^2} = 9\times 10^9\,\frac{10^{-6}\times 4\times 10^{-6}}{32} = \frac{9}{8}\,10^{-3}\ \mathrm{N}$$

$$\left.\begin{array}{l} \cos\varphi_2 = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \operatorname{sen}\varphi_2 = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right| \begin{array}{l} F_{x_2} = F_2\cos\varphi_2 = -\dfrac{9\sqrt{2}}{16}\,10^{-3}\ \mathrm{N} \\ F_{y_2} = F_2\operatorname{sen}\varphi_2 = \dfrac{9\sqrt{2}}{16}\,10^{-3}\ \mathrm{N} \end{array}$$

$$F_3 = K\,\frac{Q\,Q_3}{r_3^2} = 9\times 10^9\,\frac{10^{-6}\times 2\times 10^{-6}}{10} = \frac{9}{5}\,10^{-3}\ \mathrm{N}$$

$$\left.\begin{array}{l} \cos\varphi_3 = -\dfrac{1}{\sqrt{10}} \\ \operatorname{sen}\varphi_3 = \dfrac{3}{\sqrt{10}} \end{array}\right| \begin{array}{l} F_{x_3} = F_3\cos\varphi_3 = -\dfrac{9}{5\sqrt{10}}\,10^{-3}\ \mathrm{N} \\ F_{y_3} = F_3\operatorname{sen}\varphi_3 = \dfrac{27}{5\sqrt{10}}\,10^{-3}\ \mathrm{N} \end{array}$$

$$F_x = F_{x_1} + F_{x_2} + F_{x_3} = \left(-\frac{9\sqrt{2}}{16} - \frac{9}{5\sqrt{10}}\right)10^{-3} = -1{,}36\times 10^{-3}\ \mathrm{N}$$

$$F_y = F_{y_1} + F_{y_2} + F_{y_3} = \left(-\frac{27}{16} + \frac{9\sqrt{2}}{16} + \frac{27}{5\sqrt{10}}\right)10^{-3} = 0{,}81\times 10^{-3}\ \mathrm{N}$$

$$\boxed{\mathbf{F} = (-1{,}36\,\mathbf{i} + 0{,}81\,\mathbf{j})\,10^{-3}}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Calcular la carga que deben tener dos conductores para que colocados en el vacío y a la distancia de un metro se atraigan o repelan con una fuerza igual a 91,843 toneladas.
2. De uno de los platillos de una balanza se cuelga un cuerpo cargado con 1 000 U.E.E. de carga positiva; en el otro platillo se pone una tara para equilibrar la masa del cuerpo. En estas condiciones se coloca debajo del cuerpo cargado otro también cargado positivamente de forma que la distancia entre sus centros sea un metro. Siendo la carga eléctrica de este último 0,0098 culombios, calcular qué pesa se debe poner en el platillo correspondiente al cuerpo para que la balanza siga en equilibrio. (Se supone que la experiencia se realiza en el vacío).
3. Un cuerpo cuyo peso es 100 gramos está cargado con 9 800 U.E.E. ¿A qué distancia sobre él debe colocarse otro cuerpo cargado con 100 000 U.E.E. de signo contrario, para que el primero no caiga por la acción de su peso? Se supone que la experiencia se realiza en el vacío).
4. Calcular cuántas veces es menor la atracción gravitatoria que la repulsión electrostática entre dos núcleos de hidrógeno.

   DATOS: Masa del hidrógeno: $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg

   Carga del núcleo de hidrógeno:

   $1{,}6 \times 10^{-19}$ culombios.

   Constante de gravitación:

   $6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$

   Constante de la ley de Coulomb:

   $9 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$

5. Dos esferas iguales de radio 1 cm y masa 9,81 g están suspendidas del mismo punto por medio de sendos hilos de seda de longitud 19 cm. Ambas esferas están cargadas negativamente con la misma carga eléctrica en magnitud. ¿Cuánto vale esta carga si en el equilibrio el ángulo que forman los dos hilos es de 90°? ¿A cuántos electrones equivale la carga contenida en cada esfera? ¿Cuál es la fuerza de gravitación que existe entre las esferas en el equilibrio?

   Carga del electrón = $1{,}6 \times 10^{-19}$ coulombios, G = constante de gravitación universal = $6{,}67 \times 10^{-11}$ unidades Giorgi.

EL CAMPO Y POTENCIAL ELECTRICOS

PROBLEMAS RESUELTOS

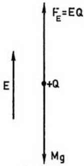
1. Una partícula de 5 g de masa cargada con 1 μ C queda en equilibrio en el espacio, dentro de un campo eléctrico. Calcular módulo, dirección y sentido de la intensidad de este campo eléctrico.

   Solución:

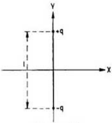
   El campo eléctrico será vertical y hacia arriba:

$$M\,g = F_E \;\Rightarrow\; M\,g = E\,Q \;\Rightarrow\; \boxed{E = \frac{M\,g}{Q}}$$

$$E = \frac{5 \times 10^{-3} \times 9{,}8}{10^{-6}} = 49 \times 10^{3}\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$$



Problema 1



Problema 2

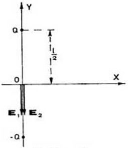
2. Calcular la intensidad del campo eléctrico creado por el dipolo eléctrico de la figura en los puntos: 1) $O\,(0{,}0)$. — 2) $P\,(x, 0)$. — 3) $Q\,(0, y)$.

Solución:

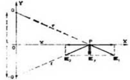
1)

$$E_1 = E_2 = \frac{4\,K_0\,Q}{l^2}$$

$$\mathbf{E} = -2\,E_1\,\mathbf{j} = -\frac{8\,K_0\,Q}{l^2}\,\mathbf{j}$$



Problema 2-1.ª



Problema 2-2.ª

2)

$$E_1 = E_2 = K_0\,\frac{Q}{r^2} = K_0\,\frac{Q}{x^2 + \dfrac{l^2}{4}} = \frac{4\,K_0\,Q}{4\,x^2 + l^2}$$

$$\operatorname{sen}\varphi = \frac{l/2}{\sqrt{x^2 + \dfrac{l^2}{4}}} = \frac{l}{\sqrt{4\,x^2 + l^2}} \quad \Bigg| \quad \mathbf{E} = -\frac{8\,K_0\,Q\,l}{(4\,x^2 + l^2)^{3/2}}\,\mathbf{j}$$

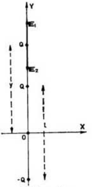
$$\mathbf{E} = -2\,E_{y1}\,\mathbf{j} = -2\,E_1\operatorname{sen}\varphi\,\mathbf{j}$$

3)

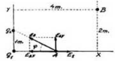
$$\left.\begin{aligned} E_1 &= K_0\,\frac{Q}{\left(y - \dfrac{l}{2}\right)^2} \\ E_2 &= K_1\,\frac{Q}{\left(y + \dfrac{l}{2}\right)^2} \end{aligned}\right| \quad \mathbf{E} = (E_1 - E_2)\,\mathbf{j}$$

$$E_1 - E_2 = K_0 Q \left[\frac{1}{\left(y - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(y + \frac{l}{2}\right)^2} \right] = \frac{4 K_0 Q l y}{\left(y - \frac{l^2}{4}\right)^2}$$

$$\mathbf{E} = \frac{4 K_0 Q l y}{\left(y - \frac{l^2}{4}\right)^2} \mathbf{j}$$



Problema 2-3.



Problema 3

3. Una carga puntual, positiva, de 10^{-9} culombios está en el origen de un sistema de coordenadas ortogonales. Otra carga puntual, negativa, de -2×10^{-9} culombios está situada sobre el eje de ordenadas a un metro del origen. Determinar: 1) Las intensidades de los campos eléctricos, creados por cada una de las cargas mencionadas, en el punto A, situado a dos metros del origen sobre el eje de las equis. — 2) Las componentes coordenadas del campo total existente en A. — 3) El trabajo que es necesario realizar para trasladar tres culombios de A y B, cuyas coordenadas son (4,2) metros.

Solución:

$$E = K_0 \frac{Q}{r^2}$$

1)

$$E_1 = 9 \times 10^9 \frac{10^{-9}}{4} = \frac{9}{4} \text{ V/m}$$

$$E_2 = 9 \times 10^9 \frac{2 \times 10^{-9}}{5} = \frac{18}{5} \text{ V/m}$$

2)

$$\begin{array}{l|l|l}
\cos \varphi_1 = 1 & E_{x1} = \dfrac{9}{4}\ \text{V/m} & \\
\operatorname{sen} \varphi_1 = 0 & E_{y1} = 0 & E_x = \dfrac{9}{4} - \dfrac{36}{5\sqrt{5}} = -0{,}97\ \text{V/m} \\
\cos \varphi_2 = -\dfrac{2}{\sqrt{5}} & E_{x2} = -\dfrac{36}{5\sqrt{5}}\ \text{V/m} & \\
\operatorname{sen} \varphi_2 = \dfrac{1}{\sqrt{5}} & E_{y2} = \dfrac{18}{5\sqrt{5}}\ \text{V/m} & E_y = \dfrac{18}{5\sqrt{5}} = 1{,}61\ \text{V/m}
\end{array}$$

$$\mathbf{E} = -0{,}97\,\mathbf{i} + 1{,}61\,\mathbf{j}$$

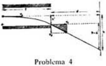
3)

$$\left.\begin{array}{l}
V_A = K_0 \left[\dfrac{Q_1}{r_{1A}} + \dfrac{Q_2}{r_{2A}} \right] \\
V_B = K_0 \left[\dfrac{Q_1}{r_{1B}} + \dfrac{Q_2}{r_{2B}} \right]
\end{array}\right| \; V_A - V_B = K_0 \left[Q_1 \left(\frac{1}{r_{1A}} - \frac{1}{r_{1B}} \right) + q_2 \left(\frac{1}{r_{2A}} - \frac{1}{r_{2B}} \right) \right]$$

$$W = 9 \times 10^9 \times 3 \left[10^{-9} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{20}} \right) - 20 \times 10^{-9} \left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{17}} \right) \right] \text{J}$$

$$W = -3{,}6\ \text{J}$$

4. Un electrón se lanza horizontalmente, con una velocidad inicial de $v = 1\,000$ km/s, a lo largo de la dirección equidistante de las placas de un condensador plano, cuya longitud es $l = 50$ cm y sale por el otro extremo, justamente por el borde de la placa positiva. El electrón cae sobre una pantalla fluorescente vertical situada a una distancia $d = 50$ cm, del borde de salida del condensador, sobre la que se mide un desplazamiento vertical del electrón $h = 20$ centímetros. Se pide: 1) Valor del campo eléctrico existente entre las placas del condensador. — 2) Diferencia de potencial entre dichas placas. — 3) Desplazamiento vertical experimentado por el electrón justamente a la salida de las placas del condensador. (DATOS: Carga del electrón $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ culombios. Masa del electrón: $m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg).



Problema 4

Solución:

Las ecuaciones que podemos plantear son:

$$\begin{array}{l|l|l}
F = E\,e = m\,a & a = \dfrac{E\,e}{m} & \\
l = v_0\,t & & \boxed{h' = \dfrac{E\,e\,l^2}{2\,m\,v_0^2}} \\
h' = \dfrac{1}{2}\,a\,t^2 & t = \dfrac{l}{v_0} &
\end{array}$$

$$\left.\begin{aligned} v_x &= v_0 \\ v_y &= a\,t \\ \frac{v_x}{v_y} &= \frac{d}{h - h'} \\ l &= d \end{aligned}\right| \quad \frac{m\,v_0^2}{E\,e\,l} = \frac{l}{h - h'} \quad \therefore \quad h - h' = \frac{E\,e\,l^2}{m\,v_0^2}$$

$$\boxed{h = \frac{3}{2}\,\frac{E\,e\,l^2}{m\,v_0^2}} \qquad \boxed{E = \frac{2\,m\,v_0^2\,h}{3\,e\,l^2}}$$

sustituyendo valores:

$$E = \frac{2 \times 9{,}1 \times 10^{-31} \times 10^{12} \times 2 \times 10^{-1}}{3 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 25 \times 10^{-2}} = 3 \text{ N/C}$$

$$h' = h - \frac{E\,e\,l^2}{m\,v_0^2} = h - \frac{2}{3}\,h = \frac{1}{3}\,h = \frac{20}{3} \text{ cm}$$

$$V - V' = E\,r = E\,2\,h' = 3 \times 2\,\frac{0{,}2}{3} = 0{,}4 \text{ V}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Dos cargas eléctricas puntuales la una A triple que la otra B, están separadas un metro. Determinar el punto en que la unidad de carga positiva estaría en equilibrio. 1) Cuando A y B tienen el mismo signo. 2) Cuando tienen signos opuestos.
2. Una carga puntual positiva de $10^{-2}\,\mu$C está situada en el origen de un sistema de coordenadas ortogonales. Otra carga puntual negativa de $-2 \times 10^{-2}\,\mu$C está sobre el eje de ordenadas y a un metro del origen. Determinar la intensidad del campo eléctrico creado por esta distribución en puntos: 1) A (2,0). — 2) B (1,3). — 3) C (1/2, 1/2). — 4) D (3,4).
3. El potencial a una cierta distancia de una carga puntual es 600 V, y el campo eléctrico es 200 N/C. 1) ¿Cuál es la distancia a la larga puntual? 2) ¿Cuál es el valor de la carga?
4. Un electrón es emitido por emisión termolónica por un filamento caliente a potencial cero respecto a otro electrodo que se encuentra a un potencial de 1 000 voltios. Este electrodo es un cilindro coaxial con el filamento. Calcúlese la velocidad adquirida por el electrón al llegar al cilindro exterior y su energía cinética en electrón-voltios. (Masa del electrón: $m = 9{,}1 \times 10^{-31}$ kg. Carga del electrón: $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.)
5. Se crea un campo eléctrico uniforme de intensidad 6×10^4 Newton/culombio, entre las láminas de un condensador plano que distan 2,5 centímetros. Calcular: 1) La aceleración a que está sometido un electrón situado en dicho campo. — 2) Partiendo el electrón del reposo, y de una de las láminas, ¿con qué velocidad llegará a la otra lámina? 3) ¿Cuál será entonces su energía cinética? — 4) ¿Cuánto tiempo tar-

dará el electrón en cruzar el espacio que separa ambas láminas? (Masa del electrón: $9{,}1 \times 10^{-28}$ gramos. Carga: $1{,}6 \times 10^{-19}$ culombios).

6. En ausencia del campo gravitatorio terrestre, lanzamos una partícula material de masa m y carga $+Q$ a una velocidad v_0, en el seno de un campo eléctrico E homogéneo, vertical y hacia abajo. La velocidad de lanzamiento forma un ángulo α con la dirección horizontal. Calcular en función de estos datos: 1) Las ecuaciones del movimiento. — 2) Ecuación de la trayectoria. — 3) Alcance sobre la horizontal. — 4) Altura máxima alcanzada por la partícula.

CAPACIDAD - CONDENSADORES

PROBLEMAS RESUELTOS

Demostrar que si unimos dos cuerpos por un hilo conductor de capacidad despreciable, la capacidad de la unión es la suma de las capacidades de los dos cuerpos.

Solución:

Después de la unión el sistema quedará al potencial V (común a ambos conductores) y la carga total habrá tenido que permanecer constante.

$$Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2' = Q$$

La capacidad del conjunto será pues:

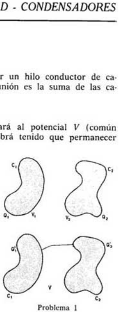
$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q_1' + Q_2'}{V} = \frac{Q_1'}{V} + \frac{Q_2'}{V}$$

pero:

$$C_1 = \frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_1'}{V} \qquad C_2 = \frac{Q_2}{V_2} = \frac{Q_2'}{V}$$

luego:

$$\boxed{C = C_1 + C_2}$$



Problema 1

2. Una esfera metálica de 10 cm de radio, aislada, se carga a una tensión de 5 000 voltios, ¿cuál es su cargo en culombios? A continuación se une a otra esfera descargada y aislada de 8 cm de radio. Determinar: 1) La carga de cada esfera. — 2) El potencial común de ambas.

Solución:

1)

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \frac{10}{9 \times 10^{11}}\ \text{F} \\ V_1 &= 5 \times 10^3\ \text{V} \end{aligned}\right| \quad Q_1 = C_1 V_1 = \frac{10}{9 \times 10^{11}} 5 \times 10^3 = \frac{50}{9} 10^{-8}\ \text{C}$$

$$\boxed{Q_1 = 5{,}55 \times 10^{-8}\ \mathrm{C}}$$

2) y 3)

$$C = C_1 + C_2 = 18\ \text{u.e.e.} = \frac{18}{9 \times 10^{11}}\ \mathrm{F} \qquad V = \frac{Q}{C} = \frac{50 \times 10^{-8} \times 9 \times 10^{11}}{9 \times 18}\ \mathrm{V}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{50}{9}\ 10^{-8}\ \mathrm{C}$$

$$\boxed{V = \frac{50}{18}\ 10^{3} = 2\,777\ \mathrm{V}}$$

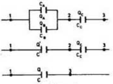
$$Q_1 = C_1 V = \frac{10}{9 \times 10^{11}}\ \frac{50}{18}\ 10^{3} = \frac{500}{9 \times 18}\ 10^{-8}\ \mathrm{C} \qquad \boxed{Q_1' = 3{,}08 \times 10^{-8}\ \mathrm{C}}$$

$$Q_2 = C_2 V = \frac{8}{9 \times 10^{11}}\ \frac{50}{18}\ 10^{3} = \frac{400}{9 \times 18}\ 10^{-8}\ \mathrm{C} \qquad \boxed{Q_2' = 2{,}47 \times 10^{-8}\ \mathrm{C}}$$

COMPROBACIÓN:

$$Q = Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2 = \left(\frac{500}{9 \times 18} + \frac{400}{9 \times 18} \right) 10^{-8} = \frac{50}{9}\ 10^{-8}\ \mathrm{C}$$

3. Tenemos tres condensadores iguales de dos microfaradios cada uno. Dos de ellos A y B, los montamos en paralelo y el tercero, C, en serie con los anteriores. Al conjunto se le aplica una diferencia potencial de 1 000 voltios. Se pide: 1) La capacidad equivalente del sistema. — 2) La carga de cada condensador. — 3) La tensión entre las armaduras de cada condensador. — 4) La energía eléctrica almacenada en el conjunto.



Problema 3

Solución:

1)

$$C' = C_A + C_B = 4\ \mu F$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C_C} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \qquad \boxed{C = \frac{4}{3}\ \mu F}$$

2) y 3)

$$Q_C = Q' = Q = C V_{13} = \frac{4}{3}\ 10^{-6} \times 10^{3} = \frac{4}{3}\ 10^{-3}\ \mathrm{C}$$

$$V_2 - V_1 = \frac{Q_C}{C_C} = \frac{4 \times 10^{-3}}{3 \times 2 \times 10^{-6}} = \frac{2}{3}\ 10^{3}\ \mathrm{V}$$

$$V_1 - V_2 = \frac{Q'}{C'} = \frac{4 \times 10^{-3}}{3 \times 4 \times 10^{-6}} = \frac{1}{3}\, 10^3\ \mathrm{V}$$

$$Q_A = Q_B = C_A (V_1 - V_2) = 2 \times 10^{-6} \frac{1}{3}\, 10^3 = \frac{2}{3}\, 10^{-3}\ \mathrm{C}$$

COMPROBACIÓN:

$$(V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) = \frac{2}{3}\, 10^3 + \frac{1}{3}\, 10^3 = 1\,000\ \mathrm{V}$$

4)

$$U = \frac{1}{2} C (V_1 - V_3)^2 = \frac{1}{2}\ \frac{4}{3}\ 10^{-6}\, 10^6 = \frac{2}{3}\ \mathrm{J}$$

COMPROBACIÓN:

$$U_A = U_B = \frac{1}{2}\, 2 \times 10^{-6} \frac{1}{9}\, 10^6 = \frac{1}{9}\ \mathrm{J}$$

$$U_C = \frac{1}{2}\, 2 \times 10^{-6} \frac{4}{9}\, 10^6 = \frac{4}{9}\ \mathrm{J}$$

$$U = U_A + U_B + U_C = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2}{3}\ \mathrm{J}$$

4. Para formar una batería de $1{,}6\,\mu F$, que pueda resistir una diferencia de potencial de 5 000 voltios disponemos de condensadores de 2×10^{-6} faradios, que pueden soportar 1 000 voltios cada uno. Calcular: 1) El número de condensadores y la forma de agruparlos. — 2) La energía de la batería.

Solución:

1) La batería constará de un cierto número de series en paralelo. Cada serie debe tener como mínimo 5 condensadores para que cada uno de ellos soporte como máximo 1 000 voltios de tensión. La capacidad de cada serie con 5 condensadores será:

$$\frac{1}{C'} = 5 \frac{1}{C_1} = \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad C' = \frac{2}{5}\,\mu\mathrm{F}$$

el número de series será tal que la capacidad del condensador equivalente sea $C = 1{,}6\,\mu$ F; luego:

$$C = n\,C' \quad \Rightarrow \quad 1{,}6 = n \frac{2}{5} \quad \Rightarrow \quad n = 4$$

La batería está formada por 4 series de 5 condensadores cada una.

2)

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2}\, 1{,}6 \times 10^{-6} \times 25 \times 10^6 = 20\ \mathrm{J}$$

5. Se tienen dos condensadores de 0,1 microfaradios y 0,15 microfaradios dispuestos en serie: se cargan a una tensión de 5 000 voltios. Determinar la carga de cada condensador. Se desconectan los condensadores de la fuente de alimentación y ellos entre sí y sin descargarse, se unen entre sí las armaduras de igual signo; determinar: 1) La diferencia de potencial entre las armaduras. — 2) La carga de cada condensador.

Solución:

El condensador equivalente a los dos en serie tiene una capacidad:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{0{,}1} + \frac{1}{0{,}15} = \frac{0{,}25}{0{,}015} = \frac{50}{3} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{3}{50}\,\mu\,\mathrm{F}$$

La carga del condensador equivalente es la misma que la que tienen los dos así acoplados y toma el valor:

$$Q = Q_1 = Q_2 = C\,V = \frac{3}{50}\,10^{-6} \times 5\,000 = 3 \times 10^{-4}\,\mathrm{C}$$

1) El condensador equivalente a la asociación de los dos en derivación tiene una capacidad:

$$C' = C_1 + C_2 = 0{,}25\,\mu\,\mathrm{F}$$

y su capacidad será:

$$Q' = Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2 = 6 \times 10^{-4}\,\mathrm{C}$$

la diferencia de potencial entre las armaduras del condensador equivalente es la misma que la que tienen los dos condensadores así acoplados; luego:

$$V' = \frac{Q'}{C'} = \frac{6 \times 10^{-4}}{0{,}25 \times 10^{-6}} = 2\,400\ \mathrm{V}$$

2)

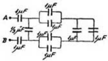
$$Q_1' = C_1\,V' = 0{,}1 \times 10^{-6} \cdot 2\,400 = 24 \times 10^{-5}\,\mathrm{C}$$
$$Q_2' = C_2\,V' = 0{,}15 \times 10^{-6} \times 2\,400 = 36 \times 10^{-5}\,\mathrm{C}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

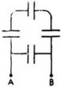
1. Una esfera metálica de 10 cm de radio tiene una carga de un microculombio. Se pide calcular en unidades MKS: 1) La capacidad de la esfera. — 2) El potencial en un punto de superficie. — 3) La energía eléctrica que tiene almacenada la esfera. — 4) La densidad eléctrica superficial.
2. Dos esferas metálicas de radios 6 y 9 cm se cargan con 1 μ C cada una y luego se unen con un hilo conductor de capacidad despreciable. Calcular: 1) El potencial de cada esfera aislada. — 2) Potencial después de la unión. — 3) Carga de cada esfera después de la unión, y cantidad de carga que circuló por el hilo.
3. Cincuenta gotas idénticas de mercurio se cargan simultáneamente al

mismo potencial de 100 voltios. ¿Cuál será el potencial V' de la gran gota formada por aglomeración de aquéllas? (Se supone que las gotas son de forma esférica).

4. Un sistema formado por dos condensadores asociados en serie tiene una capacidad de 0,09 microfaradios. Asociados en paralelo, la capacidad del conjunto es 1 microfaradio, ¿qué capacidad tiene cada condensador?
5. Calcular la capacidad del sistema de la figura. Calcular la carga y el voltaje de cada condensador si establecemos entre A y B una diferencia de potencial de 3 000 voltios.
6. Un condensador de 0,1 microfaradios está cargado a 10 000 voltios y se unen sus armaduras a las de otro descargado, de 0,3 microfaradios. Determinar: 1) La carga de cada condensador después de la unión. — 2) La diferencia de potencial común entre las armaduras. — 3) La energía que ha pasado del primero al segundo condensador.



Problema 4



Problema 7

7. Un condensador de un microfaradio se carga a la tensión de 300 voltios, e independientemente, otro condensador de tres microfaradios se carga a 500 voltios. Si una vez cargados unimos sus armaduras: 1) ¿Qué valor adquirirá la tensión en ambos condensadores? — 2) ¿Qué carga tendrá ahora cada condensador? — 3) ¿Qué energía tiene ahora el conjunto de los dos condensadores?
7. Calcular la capacidad intercalada entre los puntos A y B. Cada uno de los condensadores es de $1\,\mu F$ de capacidad. Establecemos entre A y B una diferencia de potencial de 300 voltios; calcular la carga, el potencial y la energía de cada uno de los condensadores y la energía de la asociación.
9. Desconectamos los condensadores cargados del problema anterior y los volveremos a conectar, todos en paralelo con las armaduras del mismo signo unidas. Calcular la carga, el voltaje y energía de cada uno de ellos y la energía de la asociación.

CORRIENTE ELECTRICA CONTINUA

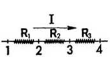
PROBLEMAS RESUELTOS

1. Un circuito eléctrico está formado por tres alambres de igual longitud y del mismo material unidos en serie. Los tres alambres tienen distinta sección: 1, 2 y 3 mm². La diferencia de potencial entre los extremos del circuito es de 12 voltios. Determinar la caída de tensión que tiene lugar en cada uno de los alambres.

Solución:

$$R = R_1 + R_2 + R_3 = \rho\, l \left[\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} \right]$$

$$I = \frac{V_1 - V_4}{R} = \frac{V_1 - V_4}{\rho\, l \left[\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} \right]}$$



Problema 1

$$V_1 - V_2 = I\, R_1 = \frac{V_1 - V_4}{\rho\, l \left[\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} \right]} \rho\, l \frac{1}{S_1} =$$

$$= \frac{V_1 - V_4}{S_1 \left[\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} \right]} = \frac{72}{11}\,\mathrm{V}$$

$$V_3 - V_4 = I\, R_2 = \frac{V_1 - V_4}{S_2 \left[\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} \right]} = \frac{36}{11}\,\mathrm{V}$$

$$V_2 - V_3 = I\, R_3 = \frac{V_1 - V_4}{S_3 \left[\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} \right]} = \frac{24}{11}\,\mathrm{V}$$

2. En la calefacción de una vivienda se emplea un kilo de carbón por hora. 1) Sabiendo que la combustión de ese kilo de carbón produce

8 000 kilocalorías, de las cuales sólo el 80 % son eficaces en la calefacción, calcular la potencia eléctrica de que necesitamos disponer para obtener una calefacción equivalente, suponiendo que el rendimiento de los radiadores eléctricos es del 100 %. — 2) La anterior potencia la obtenemos con cuatro radiadores eléctricos, cada uno de los cuales está conectado directamente a una red de corriente continua de 200 voltios. Calcular la intensidad que atraviesa cada radiador, y el consumo marcado por el contador en kilowatios-hora al cabo de 24 horas de marcha ininterrumpida. — 3) Calcular la resistencia de cada radiador y la longitud del hilo metálico que la constituye, sabiendo que su sección es de 0,4 mm² y su resistividad es de $80 \cdot 10^{-6}$ ohmios-centímetro.

Solución:

1)

$$P = \frac{8 \times 10^6}{3\,600} 0{,}8 \text{ cal/s} = \frac{8 \times 10^6 \times 0{,}8 \times 4{,}18}{3\,600} \text{ W}$$

$$\boxed{P = 7\,430 \text{ W} = 7{,}43 \text{ kW}}$$

2) y 3) La potencia de cada radiador será:

$$P_1 = (V - V')\,I = \frac{P}{4} = \frac{7\,430}{4} \text{ W} \qquad 200\,I = \frac{7\,430}{4} \qquad \boxed{I = 9{,}3 \text{ A}}$$

$$V - V' = 200 \text{ V} \qquad 200 = 9{,}3\,R \qquad \boxed{R = 21{,}5\,\Omega}$$

$$V - V' = I\,R$$

$$R = \rho \frac{l}{A} \;\Rightarrow\; 21{,}5 = 80 \times 10^{-6} \frac{l}{0{,}4 \times 10^{-2}} \;\Rightarrow\; \boxed{l \simeq 10^3 \text{ cm} = 10 \text{ m}}$$

$$\boxed{W = P\,t = 7{,}43 \times 24 = 172{,}3 \text{ kW-h}}$$

3. En un salto de agua, caen desde una altulra de 30 metros, 4 m³ por segundo. La turbina sobre la que caen tiene un rendimiento del 80 % y ésta acciona un alternador cuyo rendimiento es también de un 80 %. La tensión a la salida del transformador es de 50 000 voltios y se supone que en la transformación no hay pérdida de potencia. Esta corriente se transporta para su aprovechamiento a una distancia de 20 km mediante hilos de cobre de 2 mm² de sección ($\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}\,\Omega$ m). Calcular: 1) La intensidad de la corriente que circula por la línea. — 2) La pérdida en la línea por el efecto Joule. — 3) Lo que vale esa pérdida en pesetas diarias si el kW · h a la salida de la central resulta a 1 peseta.

Solución:

1)

$$P = \frac{M\,g\,h}{t} \eta_1 \eta_2 \qquad \frac{4\,000 \times 9{,}8 \times 30}{1} 0{,}8 \times 0{,}8 = 5 \times 10^4\,I$$

$$P = (V - V')\,I \qquad \boxed{I = 15 \text{ A}}$$

2) La longitud de la línea es 40 km. (Ida y vuelta).

$$R = \rho \frac{l}{A} = 1,7 \times 10^{-8} \frac{4 \times 10^4}{2 \times 10^{-6}} \Omega \qquad \boxed{R = 340 \Omega}$$

Potencia que se transforma en calor:

$$P = I^2 R = 15^2 \times 340 = 76\,500 \text{ W} = 76,5 \text{ kW}$$

3)

$$W = P\,t = 76,5 \times 24 = 1\,836 \text{ kW} \cdot \text{h}$$

$$\boxed{C = 1\,836 \text{ ptas}}$$

4. La corriente de una dínamo, de resistencia interior 0,5 Ω alimenta una instalación de 150 bombillas, montadas en paralelo, cada una de las cuales consume 33 W. Cada bombilla funciona bajo una tensión de 110 V. Se pide: 1) La intensidad que recorre cada bombilla. — 2) La resistencia que ofrece cada bombilla. — 3) La resistencia equivalente al conjunto de bombillas. — 4) La potencia perdida en los conductores de distribución, sabiendo que la tensión entre los bornes de la dínamo es de 120 V. — 5) La fuerza electromotriz de la dínamo.

Solución:

1)

$$P_b = (V_2 - V_3)\,I_b \Rightarrow 33 = 110\,I_b \qquad \boxed{I_b = 0,3 \text{ A}}$$

2)

$$(V_2 - V_3) = I_b\,R_b \Rightarrow 110 = 0,3\,R_b \qquad \boxed{R_b = 366,67 \Omega}$$

3)

$$\frac{1}{R} = \frac{150}{R_b} \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{150}{366,67} \qquad \boxed{R = 2,44 \Omega}$$

4) Siendo la intensidad del circuito general:

$$I = 150\,I_b = 45 \text{ A}$$

La potencia suministrada al circuito exterior por la dínamo será:

$$P = (V_1 - V_3)\,I = 120 \times 45 = 5\,500 \text{ W}$$

La potencia consumida por las bombillas será:

$$P' = 150\,P_b = 150 \times 33 = 4\,950 \text{ W}$$

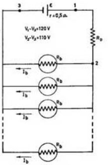
La potencia disipada en forma de calor en los conductores de distribución será:

$$P_Q = P - P' \Rightarrow \boxed{P_Q = 450 \text{ W}}$$

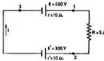
5)

$$V_1 - V_3 = \epsilon - I\,r \;\Rightarrow\; 120\,\epsilon - 45 \times 0{,}5$$

$$\boxed{\epsilon = 142{,}5\ \text{V}}$$



Problema 4



Problema 5

5. Una dínamo tiene una fuerza electromotriz de 400 voltios y alimenta un motor, cuya fuerza contraelectromotriz es de 300 voltios en régimen normal de funcionamiento, estando unidos entre sí, mediante conductores, cuya resistencia total es de 5 ohmios. Calcular: 1) La potencia del motor. — 2) El rendimiento de la instalación. — 3) La diferencia de potencial en los bornes de la dínamo y del motor. — 4) La intensidad en el *momento del arranque*, sabiendo que las dos máquinas tienen una resistencia de 10 ohmios cada una.

Solución:

$$I = \frac{\epsilon - \epsilon'}{R + r + r'} = \frac{400 - 300}{25} = 4\ \text{A}$$

1)

$$\boxed{P' = \epsilon'\,I = 300 \times 4 = 1\,200\ \text{W}}$$

2)

$$\eta = \frac{P}{P'} = \frac{\epsilon\,I}{\epsilon'\,I} = \frac{\epsilon}{\epsilon'} = \frac{300}{400} = 0{,}75 \qquad \boxed{75\ \%}$$

3)

$$V_1 - V_3 = \epsilon - I\,r = (400 - 4 \times 10)\ \text{V} \qquad \boxed{V_1 - V_3 = 360\ \text{V}}$$

$$V_2 - V_3 = \epsilon' + I\,r' = (300 - 4 \times 10)\ \text{V} \qquad \boxed{V_2 - V_3 = 340\ \text{V}}$$

4) En el arranque el motor no gira ($\epsilon' = 0$) y se considera como resistencia pura

$$\boxed{I = \frac{\epsilon}{R + r + r'} = \frac{400}{25} = 16\ \text{A}}$$

6. Para cargar un acumulador, empleamos una corriente de 10 amperios durante 12 horas bajo una tensión de 2,4 voltios. En la descarga nos proporciona una intensidad de 6 amperios durante 18 horas, bajo una tensión de 2 voltios. La corriente utilizada en la carga la pagamos a 6 pesetas el kW · h. Calcular: 1) La energía absorbida en la carga. — 2) La capacidad del acumulador en Amperios-hora y en culombios. — 3) El rendimiento del mismo. — 4) ¿A qué precio nos sale el kW · h de utilización en la descarga?

Solución:

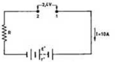
1) La energía suministrada por la red en el proceso de carga es:

$$W = (V_1 - V_2)\,I\,t = \frac{2,4 \times 10}{10^3}\,12\ \text{kW} \cdot \text{h}$$

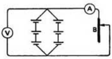
$$\boxed{W = 0,288\ \text{kW} \cdot \text{h}}$$

La carga suministrada por la red es:

$$Q = 10 \times 12 = 120\ \text{A} \cdot \text{h}$$



Problema 6



Problema 7

2) En la descarga proporciona (capacidad del acumulador o carga utilizable)

$$\boxed{Q' = 6 \times 18 = 108\ \text{A} \cdot \text{h} = 108 \times 3\,600\ \text{C}}$$

3)

$$\eta = \frac{Q'}{Q} = \frac{108}{120} = 0,90 \qquad \boxed{90\ \%}$$

4) La energía utilizada en el proceso de carga ha costado:

$$C = 0,288 \times 6 = 1,72\ \text{pts}$$

La energía proporcionada en la descarga es:

$$W' = \frac{2 \times 6}{10^3} 18 = 0,216 \text{ kW} \cdot \text{h}$$

que cuesta 1,72 pts. Luego si

$$\left.\begin{array}{l} 0,216 \text{ kW} \cdot \text{h cuestan } 1,72 \text{ pts} \\ 1 \text{ kW} \cdot \text{h} \quad \text{»} \quad C \end{array}\right| \quad C = \frac{1,72}{0,216} = 7,95 \text{ pts}$$

7. En el circuito de la figura las seis pilas son iguales; *V* es un voltímetro cuya resistencia es tan grande que se puede despreciar la intensidad que lo atraviesa; *A* es un amperímetro, y *B* es un reóstato que nos permite variar la intensidad. Cuando el amperímetro marca 1 A, el voltímetro marca 3 V, y cuando el amperímetro marca 2 A, el voltímetro marca 1,5 V. Calcular: 1) La fuerza electromotriz y la resistencia interna del conjunto de las seis pilas. — 2) la fuerza electromotriz y la resistencia de cada pila.

Solución:

$$I_1 = 1 \text{ A} \qquad V_1 = 3 \text{ V}$$
$$I_2 = 2 \text{ A} \qquad V_2 = 1,5 \text{ V}$$

1)

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = \epsilon - I_1 r \\ V_2 = \epsilon - I_2 r \end{array}\right| \quad \left.\begin{array}{l} 3 = \epsilon - r \\ 1,5 = \epsilon - 2r \end{array}\right| \quad \begin{array}{l} \boxed{\epsilon = 4,\text{V}} \\ \boxed{r = 1,5\ \Omega} \end{array}$$

2)

Calculamos primero la resistencia interna de cada generador:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{3 r_1} + \frac{1}{3 r_1} = \frac{2}{3 r_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3 r_1} \quad \boxed{r_1 = 1\ \Omega}$$

En la primera experiencia la resistencia externa intercalada en el circuito es:

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1} = 3\ \Omega$$

Aplicando el 2.° lema de Kirchhorff:

$$0,5 \times 3 \times 1 + 1 \times 3 = 3 \epsilon_1$$

$$\boxed{\epsilon_1 = 1,5 \text{ V}}$$

8. Los dos polos, *A* y *B* de un generador *G*, se reúnen por medio de dos derivaciones: La *A C B* es un hilo metálico de resistencia constante $r = 15$ ohmios. La otra, *A M B*, de resistencia total constante $r' = 30$ ohmios, incluye un pequeño motor eléctrico, *M*. El generador *G* está constituido por 60 elementos de acumuladores dispuestos en serie; la

F.E.M. de un elemento es de 2 voltios y la resistencia interior, despreciable. 1) ¿Cuáles son los valores de la intensidad de la corriente en la batería y en cada derivación, cuando el motor no gira? (el motor parado se comporta como una simple resistencia). — 2) Evaluar la potencia proporcionada por la batería. ¿Cómo se reparte esta potencia entre las diversas regiones del circuito? — 3) El motor gira y desarrolla una potencia mecánica de 120 vatios. ¿Cuáles son los nuevos valores de la intensidad de la corriente en cada parte del circuito? ¿Cómo se reparte la nueva potencia gastada?

Solución:

1.^{er} CASO:

1) Lemas de Kirchhoff:

$$\left.\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \\ 15\, I_1 &= 60 \times 2 \\ 30\, I_2 &= 60 \times 2 \end{aligned}\right| \begin{aligned} I &= 12 \text{ A} \\ I_1 &= 8 \text{ A} \\ I_2 &= 4 \text{ A} \end{aligned}$$

2)

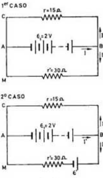
$$P_1 = n\, \epsilon_1\, I = 60 \times 2 \times 12 = 1\,400 \text{ W}$$

que se distribuyen:

$$P_C = I_1^2\, r = 8^2 \times 15 = 960 \text{ W}$$
$$P_M = I_2^2\, r' = 4^2 \times 30 = 480 \text{ W}$$

Comprobación:

$$P = P_C + P_M \qquad 960 + 480 = 1\,440$$



Problema 8

2.º CASO:

3) Lemas de Kirchhoff y potencia mecánica de un motor.

$$\left.\begin{aligned} I' &= I_1' + I_2' \\ 15\, I_1' &= 60 \times 2 \\ 30\, I_2' &= 60 \times 2 - \epsilon' \\ 120 &= \epsilon'\, I_2' \end{aligned}\right| \begin{aligned} I_1 &= 10 \text{ A} \\ I_1' &= 8 \text{ A} \\ I_2' &= 2 \text{ A} \\ \epsilon' &= 1\,200 \text{ V} \end{aligned}$$

$$P_2 = n\, \epsilon_1\, I' = 60 \times 2 \times 10 = 1\,200 \text{ W}$$

que se distribuyen:

$$P' = 120 \text{ W}$$
$$P'_C = I_1'^2\, r = 8^2 \times 15 = 960 \text{ W}$$
$$P'_M = I_2'^2\, r' = 2^2 \times 30 = 120 \text{ W}$$

Comprobación:

$$P' + P'_G + P'_M = 120 + 960 + 120 = 1\,200 = P_2$$

9. Disponemos de un galvanómetro cuya escala está calculada para una intensidad máxima de 2×10^{-4} A y cuya resistencia vale $R = 200\ \Omega$. 1) Calcular el shunt que debemos colocar para utilizarlo como amperímetro que mida hasta 1 A.— 2) Calcular la resistencia que hemos de añadir en serie para utilizarlo como voltímetro y poder medir hasta 100 V. — 3) Dibujar en ambos casos el esquema correspondiente.

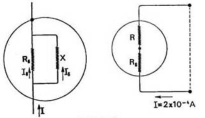
Solución:

1)

$$I = I_s + I_G \left| \begin{array}{l} I = 1 \text{ A} \\ I_G = 2 \times 10^{-4} \text{ A} \end{array} \right| \; I_s = (1 - 2 \times 10^{-4}) \text{ A}$$

$$I_s x = I_G R_G \;\Rightarrow\; x = \frac{I_G R_G}{I_s}$$

$$x = \frac{2 \times 10^{-4} \times 200}{1 - 2 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^{-2}\ \Omega$$



Problema 9

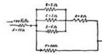
2) La intensidad que tiene que pasar por el aparato es como máximo 2×10^{-4} A con la que tiene su máximo alcance en la escala.

$$R_T = R_G + R$$

$$\left. \begin{array}{r} V - V' = I_G R_T = I_G (R_G + R) \\ V - V' = 100 \text{ V} \\ R_G = 200\ \Omega \\ I_G = 2 \times 10^{-4} \text{ A} \end{array} \right| \; \begin{array}{c} 100 = 2 \times 10^{-4} (200 + R) \\ \boxed{R = 499\,800\ \Omega} \end{array}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Tenemos una instalación, por la que circula una corriente de 6 amperios, que está formada por dos conductores: *A* y *B*, colocados en serie, y a continuación tres conductores *C*, *D* y *E*, en derivación; todos ellos de 4 ohmios de resistencia. Calcular: 1) La resistencia total de la instalación. — 2) La diferencia de potencial entre los extremos del conductor *A*. — 3) La diferencia de potencial entre los extremos del conductor *C*.
2. En el circuito de la figura, la caída de tensión a través de la resistencia **A** es de 100 voltios. Encontrar: 1) La intensidad de la corriente que atraviesa cada una de las resistencias **B**, **C**, **D**. — 2) La caída de tensión en la resistencia **B**. — 3) La potencia disipada en la resistencia **F**.



Problema 2

3. Una cafetera eléctrica comienza a hervir 3 minutos después de haberla conectado a la red. La calefacción procede de un arrollamiento de alambre de 6 m de longitud. ¿Cómo modificaríamos este elemento para que la cafetera comenzase a hervir a los 2 minutos de conectada? (Despreciar las pérdidas de calor al exterior).
4. Un motor eléctrico desarrolla una potencia de 220 watios, con un rendimiento de 0,8, cuando funciona sometido a una tensión de 110 voltios. En estas condiciones, calcular 1) La intensidad de la corriente que atraviesa el motor. — 2) La fuerza contraelectromotriz del motor. — 3) La resistencia interna del motor.
5. Se dispone de un acumulador eléctrico, con una energía almacenada en él de 0,1 kW · h. Este acumulador suministra corriente eléctrica a un cricuito de resistencia 30 ohmios. Si la intensidad de la corriente es de 1 amperio, determinar: 1) Valor de la energía acumulada en kilográmetros. — 2) La tensión en los bornes del generador. — 3) Tiempo en el que pasa dicha corriente. — 4) Calor desprendido por segundo en el circuito.
6. Los polos de un generador se reúnen por medio de dos derivaciones: la primera contiene un hilo metálico de resistencia 15 Ω; la segunda contiene un condensador de 3 μ F de capacidad. El generador está constituido por 3 elementos de fuerza electromotriz 20 V cada uno y poseen una resistencia interna de 1 Ω. Calcular: 1) La carga del condensador. 2) La energía eléctrica acumulada en el condensador.
7. Una batería de 50 voltios de fuerza electromotriz y una resistencia interior r de 0,15 ohmios, alimenta un conjunto de lámparas, cuya resistencia efectiva total es $R = 10$ ohmios. La resistencia de los conductores precisos para las conexiones, es $r' = 0{,}25$ ohmios. Calcular: 1) La resistencia total del circuito. — 2) La corriente que lo recorre. — 3) La diferencia de potencial en los bornes de la batería. — 4) La diferencia de potencial en los terminales del conjunto de las lámparas. — 5) Potencia disipada en el circuito exterior. — 6) Potencia disipada en los conductores de conexión. — 7) Potencia disipada en las lámparas.
8. Una dínamo, cuya tensión en los bornes es de 220 voltios, acciona un motor situado a 1 km y cuya tensión en los bornes es 190 voltios. 1) ¿Cuál debe ser la resistencia de la línea para que la dínamo suministre 20 kW? — 2) ¿Cuál debe ser la sección del hilo de la línea, sa-

biendo que es cobre, de resistividad $1{,}6 \times 10^{-6}\,\Omega \cdot cm$? — 3) ¿Cuál es la relación entre la potencia que recibe el motor y la que suministra la dínamo?

9. Una batería formada por 160 pilas iguales de F.E.M. 1,5 voltios cada una asociadas en serie, suministra corriente a un circuito formado por un cable de resistencia despreciable y en el que hay un motor de resistencia $12\,\Omega$ que produce con un rendimiento del 80 %, una potencia de 1/2 caballo de vapor. Calcular: 1) La intensidad de la corriente. — 2) La tensión en bornes de la batería. — 3) La resistencia interna de cada una de las pilas que forman la batería. — 4) La potencia que produciría el motor si en el circuito se intercalan en serie una resistencia de 100 ohmios, y la tensión en bornas que se obtendrá en la batería.
10. Se conecta a la red de distribución industrial (220 V) un motor de fuerza contraelectromotriz de 150 V y $15\,\Omega$ de resistencia interna mediante cables de conexión de $20\,\Omega$. Para obtener una intensidad lo más homogénea posible para pequeñas variaciones del potencial de la red se dispone en paralelo con el motor, una batería de condensadores de $100\,\mu$ F de capacidad. Calcúlese la energía que acumula la batería de condensadores.
11. Una batería de pilas cuya F.E.M. $\epsilon = 8$ voltios y cuya resistencia interior es despreciable, cerrada sobre un circuito constituido por una resistencia $R = 4$ ohmios y por un galvanómetro $R_G = 12$ ohmios da una corriente de intensidad I en el circuito, cuya resistencia total es de 16 ohmios. Se shunta el galvanómetro con una derivación de resistencia $R_s = 4$ ohmios y se hace variar la resistencia del circuito de manera que se obtenga la misma intensidad que anteriormente en la porción del circuito que contiene la pila. Se pide: 1) Determinar el valor nuevo de la resistencia R'. — 2) Determinar el valor de la intensidad I_G en el galvanómetro e I_s en el shunt. — 3) Determinar la caída de potencia V en los bornes del galvanómetro.
12. Se asocian en serie 8 pilas iguales, cada una tiene una F.E.M. de 1,5 V. Si se cierra el circuito mediante un conductor de resistencia R se obtiene una intensidad de 2,3 A. Asociándolas luego todas en paralelo y cerrando el circuito con la misma resistencia R se obtiene una intensidad de 0,37 A. Calcular: 1) El valor de R. — 2) La resistencia interior de cada pila. — 3) La intensidad que se obtendría disponiendo las 8 pilas en dos series de a 4, ambas series en paralelo, suponiendo que la resistencia exterior es la misma R que antes .— 4) La diferencia de potencial entre los extremos de R en el caso 3). — 5) Dibujar los esquemas de los circuitos anteriores.
13. Un generador de corriente continua tiene una resistencia interna de 1 ohmio y una F.E.M. de 100 voltios. Se conectan sus bornes simultáneamente a un voltímetro y a un motor. Cuando el motor gira en régimen normal, el voltímetro marca 95 voltios, y cuando impedimos el giro del motor, el voltímetro indica 85 voltios. Calcular: 1) La resistencia del motor. — 2) La fuerza contraelectromotriz del motor. — 3) La potencia del motor.
14. Tenemos un generador de corriente constituido por 10 elementos dispuestos en serie, cada uno de los cuales posee una F.E.M. de 2 voltios y una resistencia interna prácticamente nula. Unimos los dos polos de este generador por dos derivaciones; una está constituida por un conductor cuya resistencia es 6 ohmios, y la otra tiene una resistencia de 8 ohmios y comprende un motor eléctrico capaz de desarrollar una po-

tencia de 12,5 vatios. Calcular: 1) La intensidad de la corriente, en el generador y en cada una de las derivaciones, en el momento de cerrar el circuito (cuando todavía el motor no ha empezado a girar). — 2) La intensidad de la corriente a través del motor, cuando desarrolla toda la potencia mecánica de que es capaz.

15. La escala de un galvanómetro de resistencia interna 150 Ω está dividida en 100 divisiones, cada una de las cuales equivale a 1 microamperio. ¿Qué resistencia debe agregársele en derivación para que puedan medirse con él intensidades máximas de un miliamperio?

EL CAMPO MAGNETICO. LA INDUCCION ELECTROMAGNETICA. CORRIENTE ALTERNA

PROBLEMAS RESUELTOS

1. En el plano del meridiano magnético (plano vertical que pasa por el eje de un magnetómetro en equilibrio) está colocado un circuito circular. Cuando por él circula una corriente de dos amperios, la aguja magnética apoyada en un eje vertical, gira un ángulo. ¿Por qué?

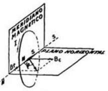
   Solución:

   La intensidad del campo magnético creado por la corriente tiene por valor:

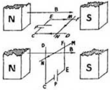
$$B_c = \frac{\mu I}{2r}$$

   El magnetómetro gira un ángulo φ, colocándose en la dirección de la diagonal del rectángulo que tiene por lados el campo calculado, B_c (perpendicular al plano del circuito) y la componente horizontal del campo magnético terrestre, B_t.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{B_c}{B_t}$$



Problema 1



Problema 2

2. Un hilo conductor, MN, por el que circula una corriente producida por la pila P, se puede deslizar a lo largo de los hilos CD y EP, sobre los que descansa. Variamos la posición del cuadro poniéndolo vertical. Si la intensidad de la corriente es adecuada, el hilo MN no caería. ¿Por qué?

Solución:

La aplicación de la fuerza de Lorentz nos indica que sobre el hilo MN actúa una fuerza perpendicular a él y hacia arriba, cuyo valor es:

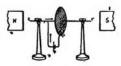
$$\left.\begin{array}{l} F = B\,I\,l \operatorname{sen}\varphi \\ \varphi = \dfrac{\pi}{2} \end{array}\right| \quad F = B\,I\,l$$

Si esta fuerza es igual al peso del hilo, éste no caerá.

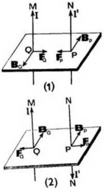
3. Un disco metálico puede girar alrededor de un eje $E\,E'$. Se instala una pila P en la forma de la figura, estableciendo los contactos con la periferia de la rueda y con el eje por medio de escobillas que permitan el giro de la rueda sin perder el contacto. La corriente circula en el sentido de la flecha, funcionando el radio $O\,A$ como conductor.
Puesta la rueda en un campo magnético, cuya dirección es la del eje, se pone a girar sola. ¿Por qué?

Solución:

Sobre cada uno de los puntos del radio $O\,A$, actúan fuerzas perpendiculares a él y hacia el exterior del plano del dibujo, determinadas por la fuerza de Lorentz, que hacen girar a la rueda de forma que su punto A, saldría del papel hacia nosotros.



Problema 3



Problema 4

4. ¿Por qué corrientes paralelas del mismo sentido se atraen, y si son de sentido contrario se repelen?

Solución:

1.° *Corrientes del mismo signo se atraen.*

En efecto: la corriente M de intensidad I (Fig. 1.ª) crea en el punto P del conductor N, un campo magnético B_P perpendicular al plano del dibujo y hacia el interior. Sobre el conductor N actuará, por lo tanto, una fuerza perpendicular al plano formado por I' y B_P; la fuerza estara, así situada en el plano del dibujo. La aplicación de la regla de los tres dedos, nos indica que el sentido de tal fuerza —F_P— es hacia la izquierda.

Por otra parte, la corriente N, crea en el punto Q del conductor M, un campo magnético, B_Q perpendicular al plano del dibujo, y hacia el exterior. Sobre el conductor M, por aplicación de las mismas leyes, determinamos la existencia de la fuerza F_Q.

Las fuerzas —F_P y F_Q— tienden a mover los conductores en el sentido de su atracción.

2.° *Corrientes eléctricas de sentido contrario se repelen.*

En efecto (Fig. 2.ª) la corriente M, crea en P un campo magnético B_P, análogo al del caso anterior, la fuerza que actúa sobre N (regla de los tres dedos) es F_P.

La corriente N crea en Q un campo magnético B_Q hacia el interior del dibujo; la fuerza que actúa sobre M, es F_Q.

Las fuerzas —F_Q y F_P— tienden a mover los conductores en el sentido de su repulsión.

5. Cuando hacemos girar a una sortia sobre una mesa, ¿qué fenómeno eléctrico se verifica en la sortija?

Solución:

La sortija está colocada en el interior del campo magnético terrestre; al hacerla girar se producirá una variación en el flujo que la atraviesa, por variar el coseno del ángulo que forma el campo magnético terrestre con la normal al plano del circuito.

Según la ley de Faraday se originará una F. E. M. inducida que hará que por la sortija circule una corriente eléctrica.

6. 1) Determinar el sentido de las corrientesde autoinducción al deslizar hacia la izquierda o hacia la derecha al contacto del reostato de la figura. — 2) ¿Por qué al abrir un circuito por medio de un interruptor de palanca, salta una chispa eléctrica cuando ya el circuito está abierto?

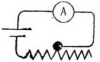
Solución:

1)

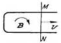
a) Al deslizar el contacto hacia la derecha como aumentamos la resistencia, disminuirá la intensidad, y se producirá una corriente de autoinducción que tenderá a oponerse a esta disminución y por tanto tendrá el sentido de la corriente originada por la pila (en la figura, sentido de las saetas del reloj).

b) Al deslizar el contacto hacia la izquierda se produce una disminución en la resistencia y por tanto un aumento en la intensidad. La corriente de autoinducción tenderá a oponerse al aumento de intensidad y su sentido será el contrario al de la corriente originada por la pila (la corriente de autoinducción tendrá sentido contrario a las saetas del reloj, en el caso de la pila de la figura).

2) Abrir un circuito por el que circula corriente equivalente a *disminuir* la intensidad de ésta y se origina una corriente de autoinducción que tiende a oponerse a la disminución de intensidad, y la chispa salta entre la palanca y la línea.



Problema 6



Problema 7

7. El sistema del dibujo está en el seno de campo magnético, perpendicular al plano del papel y hacia el interior. ¿Qué sentido tiene la corriente inducida, al desplazar MN con la velocidad indicada, sin perder contacto con sus guías? Si $B = 5$ Weber/m², la longitud $MN = 10$ cm y la velocidad de desplazamiento, $v = 1$ m/s, ¿qué F. E. M. inducida se produce?

Solución:

Al desplazar MN hacia la derecha, hay un *aumento de flujo entrante*; por consiguiente se debe producir flujo *saliente* y el sentido de la corriente es de N a M.

$$\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{B\,dA}{dt} = -\frac{B\,h\,dl}{dt} = -B\,h\,v$$

(h = longitud MN)

El valor de la F E M. es:

$$\boxed{\epsilon = 5 \times 0{,}1 \times 1 = 0{,}5 \text{ Volt.}}$$

8. Suponiendo que en el sistema del problema anterior no hay variaciones de resistencia al desplazar MN y que la resistividad del hilo móvil es $2 \times 10^{-6}\,\Omega \cdot$ m y su sección 0,1 mm², calcular:

1) La intensidad de corriente. — 2) La fuerza que actúa sobre MN. 3) El trabajo realizado en el desplazamiento durante 0,2 s. — 4) La potencia mecánica para producir la velocidad.

Solución:

1)

$$I = \frac{\epsilon}{R} \qquad I = \frac{\epsilon A}{\rho l} = \frac{0{,}5 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-6}\, 0{,}1} A$$

$$R = \rho \frac{l}{A} \qquad \boxed{I = 0{,}25 \text{ A}}$$

2)

$$F = B\,I\,l = 5 \times 0{,}25 \times 0{,}1 \text{ N} \qquad \boxed{F = 0{,}125 \text{ N}}$$

3)

$$W = F\,s = F\,v\,t = 0{,}125 \times 0{,}2 \text{ J} \qquad \boxed{W = 0{,}025 \text{ J}}$$

4)

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F\,v\,t}{t} = F\,v = 0{,}125 \text{ W}$$

9. Dibujar el diagrama vectorial de la corriente alterna que circula por un circuito, considerando, únicamente, la influencia de la resistencia y la auto-inducción? ¿La intensidad está adelantada o retrasada con respecto a la tensión? ¿Al disminuir la resistencia, el desenfase aumenta o disminuye? ¿Cuánto valdría tal ángulo al anularse la resistencia? Determinar la fórmula de la impedancia y de la intensidad máxima eficaz, e instantánea en este caso límite.

Solución:

1) Dibujaremos un vector de dirección cualquiera y de valor $I_0 L\omega$ que compondremos con el anterior, obteniendo ϵ_0 y el ángulo de desenfase φ. El ángulo entre ϵ_0 y el eje X, es ωt (t, instante arbitrario).
Dividiendo $I_0 R$ por R se obtiene I_0.
Las proyecciones de ϵ_0 e I_0 sobre X, nos determinarán los valores instantáneos:

$$\epsilon = \epsilon_0 \cos \omega t \qquad I = I_0 \cos (\omega t - \varphi)$$

La intensidad en la línea está *retrasada* con respecto a la F. E. M. aplicada.
2) La impedancia será:

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\,\omega)^2}$$

lo que comprobamos con el triángulo de ohmios.
La tangente del ángulo de desenfase es:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\,\omega}{R}$$

lo que comprobamos, asimismo por las representaciones gráficas.
3) La intensidad máxima vale:

$$I_0 = \frac{\epsilon_0}{Z} = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{R^2 + (L\,\omega)^2}}$$

Al ir disminuyendo el valor de R, el ángulo de desenfase va aumentando (comprobarlo con el triángulo de ohmios) adquiriendo el valor máximo cuando llega a valer 90° (retraso de I con respecto a ϵ).

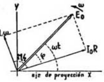
4) En el límite ($R = O$):

$$Z = \sqrt{(L\omega)^2} = L\omega$$

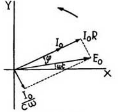
$$I_0 = \frac{\epsilon_0}{Z} = \frac{\epsilon_0}{L\omega}$$

Y en el caso límite I, tendrá por valor:

$$I = I_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_0 \operatorname{sen} \omega t$$



Problema 9



Problema 10

10. Dibujar el diagrama vectorial de la corriente alterna que circula por un circuito, considerando, únicamente, la influencia de la resistencia y la capacidad. ¿La intensidad está adelantada o retrasada en fase con la F. E. M.? Vamos disminuyendo la resistencia. ¿El ángulo de desenfase, disminuye o aumenta? ¿Cuánto valdría tal ángulo al anularse la resistencia? Determinar la fórmula de impedancia y de la intensidad máxima e instantánea en este caso límite.

Solución:

1) Dibujamos un vector de dirección cualquiera y de valor $I_0 R$; formando con él un ángulo de $-90°$ dibujaremos el vector $I_0/C\omega$, que compondremos con el anterior, obteniendo ϵ_0 y el ángulo de desenfase, φ. El ángulo entre ϵ_0 y el eje X, es ωt (t, instante arbitrario).

Dividiendo $I_0 R$ por R, obtenemos I_0.

Las proyecciones de ϵ_0 e I_0 sobre X, nos determinan los valores instantáneos.

$$\epsilon = \epsilon_0 \cos \omega t \qquad I = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

(φ es el valor absoluto del ángulo de desenfase).

La intensidad en la línea está *adelantada*, con respecto a la $F. E. M.$ aplicada.

2) La impedancia será:

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(C\,\omega)^2}}$$

lo que comprobamos con el triángulo de ohmios.

3) La tangente del ángulo de desenfase es:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{-1/C\,\omega}{R} = -\frac{1}{C\,\omega\,R}$$

lo que comprobamos, asimismo, con las representaciones gráficas. Como el ángulo de desenfase es negativo, la intensidad va adelantada en fase con respecto a la tensión.

4) La intensidad máxima vale:

$$I_0 = \frac{\epsilon_0}{Z} = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{R^2 + 1/(C\,\omega)^2}}$$

Al ir disminuyendo la resistencia el valor absoluto del ángulo de desenfase va aumentando hasta un valor que corresponde al valor 90° (adelanto de fase de I con respecto a ϵ).

5)

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\,\omega}\right)^2} \qquad R = O \qquad \Bigg| \qquad Z = \sqrt{\left(\frac{1}{C\,\omega}\right)^2} = \frac{1}{C\,\omega}$$

Los valores de I, para este caso límite:

$$I_0 = \frac{\epsilon_0}{Z} = \frac{\epsilon_0}{\frac{1}{C\,\omega}} = \epsilon_0\, C\,\omega$$

$$I = I_0 \cos\left(\omega\, t + \frac{\pi}{2}\right) = -I_0 \operatorname{sen} \omega\, t$$

11. En el diagrama vectorial completo de las corrientes alternas, disminuimos la resistencia. Observar las variaciones del ángulo de desenfase y determinar su valor cuando $R = O$ y $L\omega \gtrless 1/C\,\omega$. Calcular para estos casos el valor de la impedancia y la intensidad máxima e instantánea.

Solución:

Primer caso:

$$L\,\omega > \frac{1}{C\,\omega}$$

Las proyecciones de ϵ_0 e I_0 son:

$$\epsilon = \epsilon_0 \cos \omega t$$
$$I = I_0 \cos (\omega t - \varphi)$$

La intensidad está *retrasada* en fase con la F. E. M.

Conforme R va disminuyendo φ va aumentando, tendiendo ϵ, a adquirir la dirección de $I_0 (L\omega - 1/C\omega)$.

En el límite ($R = O$) la impedancia es:

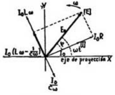
$$Z = \sqrt{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} = L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

La intensidad máxima:

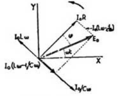
$$I_0 = \frac{\epsilon_0}{Z}$$

La intensidad instantánea:

$$I = I_0 \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = I_0 \operatorname{sen} \omega t$$



Problema 11-1.ª



Problema 11-2.ª

Segundo caso:

$$L\omega < \frac{1}{C\omega}$$

Las proyecciones de ϵ_0 e I_0 son:

$$\epsilon = \epsilon_0 \cos \omega t$$
$$I = I_0 \cos (\omega t - \varphi) \qquad [\varphi < 0]$$

La intensidad está *adelantada* en fase con relación a la F. E. M.

Conforme R va disminuyendo φ va aumentando en valor absoluto, tendiendo ϵ_0 a adquirir la dirección de $I_0/C\omega$.

En el límite ($R = 0$) la impedancia es:

$$Z = \sqrt{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} = \frac{1}{C\omega} - L\omega$$

La intensidad máxima:

$$I_0 = \frac{\epsilon_0}{Z}$$

La intensidad instantánea:

$$I = I_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -I_0 \operatorname{sen} \omega t$$

12. En un circuito de corriente alterna hay intercalada una capacidad de $10\,\mu$ F. Calcular la capacitancia del condensador. Considerando una resistencia de 50 ohmios, ¿cuál será la impedancia del circuito? La frecuencia de la corriente alterna es de 100 ciclos/s.

Solución:

La capacitancia viene dada por la fórmula

$$x = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2\pi\nu C}$$

sustituyendo valores

$$x = \frac{1}{2\pi\, 100 \dfrac{10}{10^6}} = \frac{10^6}{2\,000\,\pi} = 159{,}2\ \Omega$$

Para hallar la impedancia, aplicaremos:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{50^2 + 159{,}2^2} = 166\ \Omega$$

13. Calcular la reactancia inductiva de una bobina de 0,002 henrios de autoinducción si la corriente alterna que la recorre tiene un período de 1/50 de segundo. ¿Cuál será la impedancia de la bobina si su resistencia es de $5\,\Omega$? Si la bobina está intercalada en un circuito de resistencia $10\,\Omega$, cuál será la impedancia del circuito?

Solución:

Si el período es 1/50 la frecuencia será 50 ciclos/s

$$X_i = L\omega = 2\pi\nu L$$

Sustituyendo valores

$$X_i = 2\pi\, 50 \times 0{,}002 = 100\,\pi\, 0{,}002 = 0{,}2\,\pi\ \Omega \implies X_i = 0{,}628\ \Omega$$

La impedancia de la bobina vendrá dada por:

$$Z_b = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{25 + 0{,}628^2} = \sqrt{25{,}3944} = 5{,}04\ \Omega$$

La impedancia del circuito es:

$$Z_t = \sqrt{(\Sigma R)^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{15^2 + 0{,}628^2} = \sqrt{225{,}3944} = 15{,}01\ \Omega$$

14. Calcular la impedancia de un circuito de 2 Ω de resistencia en el que hay colocados en serie una bobina de 0,02 henrios de autoinducción y un condensador de 20 μ F de capacidad, cuando apliquemos una tensión alterna de 50 períodos/s.

Solución:

$$L\omega = 2\pi\nu L = 2\pi\,50 \times 0{,}02 = 2\pi = 6{,}28\ \Omega$$

$$\frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2\pi\nu C} = \frac{1}{2\pi\,50 \times 20 \times 10^{-6}} = 159{,}2\ \Omega$$

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 6{,}28 - 159{,}2 = -153\ \Omega$$

La impedancia será

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \sqrt{4 + 152{,}92^2} = 153\ \Omega$$

15. Un condensador de 20 μ F de capacidad y una bobina de 0,02 henrios de autoinducción están colocados en serie en un circuito de resistencia total (incluidos ambos), despreciable. La frecuencia de la corriente alterna que recorre el circuito es 50 períodos/s. Calcular la impedancia del circuito.

Solución:

$$\frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2\pi\nu C} = \frac{1}{2\pi\,50\,\dfrac{20}{10^6}} = \frac{500}{\pi} \simeq 159\ \Omega$$

$$L\omega = 2\pi\nu L = 2\pi\,50 \times 0{,}02 = 2\pi = 6{,}28\ \Omega$$

$$Z = \sqrt{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = 152{,}72\ \Omega$$

16. En un circuito de 25 Ω de resistencia hay instaladas capacidades por valor total de 2×10^4 μ F; en serie con él se instala una bobina de 10 Ω de resistencia y 0,02 henrios de autoinducción. Aplicamos a los extremos del circuito una tensión alterna cuyo valor eficaz es de 10 voltios y de frecuencia 100 ciclos. Calcular: 1) La impedancia del circuito y de la bobina. — 2) La intensidad eficaz y máxima. — 3) La tensión eficaz en los bornes de la bobina. — 4) El factor de potencia. — 5) Dibujar el diagrama vectorial.

Solución:

1)

$$L\,\omega = 2\,\pi\,\nu\,L = 2\,\pi\,100 \times 0{,}02 = 4\,\pi = 12{,}56\ \Omega$$

$$\frac{1}{C\,\omega} = \frac{1}{2\,\pi\,\nu\,C} = \frac{1}{200\,\pi\,\dfrac{2 \times 10^4}{10^6}} = \frac{1}{4\,\pi} = 0{,}08\ \Omega$$

Impedancia bobina

$$Z_b = \sqrt{10^2 + 12{,}56^2} = \sqrt{100 + 150} = 16\ \Omega$$

Impedancia del circuito

$$Z = \sqrt{(\Sigma\,R)^2 + \left(L\,\omega - \frac{1}{C\,\omega}\right)^2} = \sqrt{35^2 + 12{,}48^2} = 37\ \Omega$$

2)

$$I_e = \frac{\epsilon}{Z} = \frac{100}{37} = 2{,}7 \text{ amperios}$$

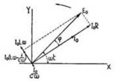
$$I_o = I_e\,\sqrt{2} = 2{,}7 \times 1{,}41 = 3{,}81 \text{ amperios}$$

3)

$$\epsilon_b = I_e\,Z_b = 2{,}7 \times 16 = 43{,}2 \text{ voltios}$$

4)

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{35}{37} = 0{,}945$$



Problema 16

5)

Para dibujar el diabrama, consideramos los siguientes valores:

$$I_0\,R = 3{,}81 \times 35 = 133{,}35 \text{ amperios} \times \text{ohmios}$$

$$I_0\,L\,\omega = 3{,}81 \times 12{,}56 = 47{,}854 \text{ amperios} \times \text{ohmios}$$

$$\frac{I_0}{C\,\omega} = 3{,}81 \times 0{,}08 = 0{,}305 \text{ amperios} \times \text{ohmios}$$

17. Un motor de 2 CV de potencia funciona con una corriente de intensidad 2,94 amperios. a) Calcular su fuerza contraelectromotriz. El motor está funcionando durante 5 horas. Calcular el costo de la energía eléctrica, suponiendo que el precio del kW · h es 0,80 pesetas.

Solución:

$$P = 2\text{ C V} = 150 \text{ kgm/s}$$

$$150 \text{ kgm/s equivalen a } 150 \times 9{,}8 = 1\,410 \text{ J/s} = 1\,470 \text{ W}$$

La energía que hace funcionar a un motor es:

$$W = \epsilon' I t$$

y la potencia:

$$P = \frac{W}{t} \epsilon' I \;\Rightarrow\; \epsilon' = \frac{P}{I} = \frac{7\,470}{2{,}94} = 500 \text{ V}$$

La potencia del motor es de 1 470 vatios o sea, 1,47 kW.
Como funciona 5 horas, el consumo será:

$$W = 1{,}47 \times 5 = 7{,}35 \text{ kW} \cdot \text{h}.$$

Como el kW hora cuesta a 6 ptas. el precio de lo consumido será:

$$C = 7{,}35 \times 6 = 44{,}10 \text{ ptas}$$

(Independientemente de la energía disipada en forma de calor = $I^2 Rt$).

18. Un salto de agua de un caudal de 500 litros por segundo y de una altura de 10 metros, mueve una turbina acoplada a una dínamo. Esta suministra la energía eléctrica a una fábrica en la que existen 98 bombillas de 100 vatios. Calcular los CV de que se dispone para el movimiento de los motores de la fábrica. El rendimiento industrial se supone de un 60 %.

Solución:

La potencia del salto es:

$$P = 500 \times 10 = 5\,000 \text{ kgm/s}$$

que equivalen a:

$$P = 5\,000 \times 9{,}8 \text{ W}$$

Como el rendimiento en la transformación es del 60 %, nos quedará disponible una potencia de:

$$P = 5\,000 \times 9{,}8 \times 0{,}6 \text{ W}.$$

Como las bombillas consumen

$$P = 98 \times 100 = 9\,800 \text{ W}$$

los motores consumirán:

$$P = 5\,000 \times 9{,}8 \times 0{,}6 - 9{,}8 \times 1\,000 = (2\,000 \times 9{,}8) \text{ W}$$

Para expresarlo en C. V. habrá que dividir por 9,8 × 75 y tendremos:

$$P = \frac{9{,}8 \times 2\,000}{9{,}8 \times 75} = 26{,}66 \text{ CV}.$$

19. Plantear los transformadores necesarios para conducir la energía producida en una central (220 voltios) por líneas de alta tensión (300.000 voltios) y luego reducir tal tensión a 120 voltios para su utilización.

Solución:

A la salida de la central habrá que realizar una transformación elevando la tensión, por medio de un transformador en el que la relación de espira de inducido e inductor debe ser:

$$\frac{n_1'}{n_1} = \frac{300\,000}{220} = 1\,363$$

Para reducir la tensión de 300 000 a 120 voltios, la relación de espiras entre inductor e inducido, debe ser:

$$\frac{n_2}{n_2'} = \frac{300.000}{120} = 2\,500$$

CAPITULOS XVI - XVII

ESTRUCTURA DEL ATOMO. ESPECTROS ATOMICOS. RADIACTIVIDAD. DUALIDAD ONDA - CORPUSCULO

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Determinar la estructura del núcleo de los tres isótopos del uranio (masas atómicas: 234, 235 y 238). El número atómico de U es 92.

   Solución:

   En el núcleo de uranio 234, tendremos:

   $$92 \text{ protones y } 243 - 92 = 142 \text{ neutrones}$$

   En el núcleo de uranio 235, tendremos:

   $$92 \text{ protones y } 235 - 92 = 143 \text{ neutrones}$$

   En el núcleo de uranio 238, tendremos:

   $$92 \text{ protones y } 238 - 92 = 146 \text{ neutrones}$$

2. ¿Qué fotón tiene más energía, el de la luz roja o el de la violeta? Calcular ambas energía suponiendo $\lambda_r = 8\,000$ Å y $\lambda_v = 4\,000$ Å.

   Solución:

   La velocidad de la luz en unidades angströn es:

   $$c = 3 \times 10^{18} \text{ Å/s}$$

   La energía de una radiación viene dada por la expresión:

   $$U = h\,\nu$$

   donde

   $$h = \text{cuanto de acción de Planck}$$
   $$\nu = \text{frecuencia de la radiación}$$

   La frecuencia de la luz roja será:

   $$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^{18}}{8 \times 10^3} = \frac{3}{8}\, 10^{15} \text{ vibraciones/s}$$

La energía del fotón rojo será:

$$U = \frac{3}{8} 10^{15} \times 6{,}62 \times 10^{-27} = 2{,}4825 \times 10^{-12} \text{ erg}$$

La frecuencia de la luz violeta será:

$$\nu' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{3 \times 10^{18}}{4 \times 10^{3}} = \frac{3}{4} 10^{15} \text{ vibraciones/s}$$

La energía del fotón violeta será:

$$U = \frac{3}{4} 10^{15} \times 6{,}62 \times 10^{-27} = 4{,}965 \times 10^{-12} \text{ erg}$$

Como vemos, mayor que la de la luz roja.

3. El primer término de la serie radiactiva 4n es el torio (masa atómica 232, número atómico 90). Las radiaciones sucesivas emitidas hasta llegar al plomo son

$$\alpha,\ \beta,\ \beta,\ \alpha,\ \alpha,\ \alpha,\ \alpha,$$

Distribuir en un encasillado los cuerpos de la serie, expresando masa y número atómico.

Solución:

Aplicando las leyes de Soddy:

$$\begin{array}{ccl}
90 & & 232 \\
 & \downarrow -\alpha & \\
88 & & 228 \\
 & \downarrow -\beta & \\
89 & & 228 \\
 & \downarrow -\beta & \\
90 & & 228 \\
 & \downarrow -\alpha & \\
88 & & 224 \\
 & \downarrow -\alpha & \\
86 & & 220 \\
 & \downarrow -\alpha & \\
84 & & 216 \\
 & \downarrow -\alpha & \\
82 & & 212 \text{ isótopo del plomo}
\end{array}$$

4. Determinar la vida media de un átomo de uranio sabiendo que su período de semidesintegración es 4 500 millones de años.

Solución:

$$T = 0{,}693\ v$$

de donde:

$$v = \frac{T}{0{,}693} = \frac{4\,500}{0{,}693} \simeq 6493 \text{ millones de años}$$

5. ¿En qué difieren los conceptos constante radiactiva, vida media y período de semidesintegración?

Solución:

Constante radiactiva λ: tanto por 1 de átomos desintegrados en la unidad de tiempo.

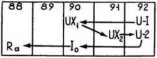
Vida media: tiempo medio que un átomo de cuerpo radiactivo permanece sin desintegrar.

$$v = \frac{1}{\lambda}$$

Período de semidesintegración: tiempo necesario para que se desintegren la mitad de los átomos de un cuerpo.

6. El uranio (número atómico 92) pierde sucesivamente las siguientes partículas α, β, β, α, α, transformándose en radio. Dibujar en un encasillado ordenado por números atómicos esta transformación.

Solución:



Problema 6

7. Calcular el tiempo que podrán estar alumbrando un millón de lámparas de 100 vatios, con la energía producida al desintegrarse completamente 1 kg de materia.

Solución:

Según la fórmula de Einstein, la energía producida en la desintegración viene dada por:

$$E = m\,c^2$$

$$\left.\begin{array}{r} m = 1 \text{ kg} = 1\,000 \text{ g} \\ c = 3 \times 10^{10} \text{ cm/s} \end{array}\right| \quad E = 9 \times 10^{23} \text{ erg} = \frac{9 \times 10^{23}}{10^7} \text{ J} = 9 \times 10^{16} \text{ J}$$

Este valor tendrá que ser igual al producto de la potencia de las lámparas ($100 \times 10^3 = 10^8$ vatios) por el tiempo que luzcan:

$$9 \times 10^{16} = 10^8\, t$$

$$t = \frac{9 \times 10^{16}}{10^3} = 9 \times 10^8 \text{ s}$$

$$\frac{9 \times 10^8}{86\,400} = 1{,}04 \times 10^4 \text{ días} = 28 \text{ años}$$

8. Calcular a qué altura se podrá elevar un cuerpo cualquiera con la energía producida en su desintegración total, suponiendo que el peso del cuerpo fuera, en todos los puntos del Universo, el mismo que en la superficie de la Tierra.

Solución:

Llamando m a la masa del cuerpo, podremos establecer:

$$m\, g\, h = m\, c^2 \implies g\, h = c^2$$

$$980\, h = 9 \times 10^{02}$$

$$h = \frac{9 \times 10^{20}}{980} = 9 \times 10^{17} \text{ cm}$$

9 billones de km.

9. Calcular el número de metros cúbicos de agua que se podrían calentar de 0° a 100° C con la energía proporcionada por un gramo de materia al desintegrarse totalmente.

Solución:

El calor necesario para calentar 1 m³ de agua de 0° a 100° C:

$$Q = 1\,000 \times 100 = 100\,000 \text{ kcal}$$

que equivalen a:

$$W = 427 \times 10^5 \text{ kgm}$$

Un gramo de sustancia produce al desintegrarse:

$$E = 9 \times 10^{20} \text{ erg} = 9 \times 10^{13} \text{ J} = \frac{9 \times 10^{13}}{9{,}8} \text{ kgm}$$

Dividiendo los dos valores obtendremos el número de metros cúbicos de agua, que cumplen la condición del enunciado:

$$n = \frac{9 \times 10^{13}}{9{,}8 \times 427 \times 10^5} = \frac{9 \times 10^8}{9{,}8 \times 427} = 2 \times 10^5 \text{ m}^3$$

10. La desintegración del uranio 235 se acelera bombardeando su núcleo con neutrones. Suponiendo que en la reacción nuclear de Hahs y Strass-

man hay un defecto de masa de 0,2154 unidades de masa atómica, calcular en ergios y en electrón-voltios, la energía producida en la desintegración de un átomo de uranio.

Solución:

$$E = m\,c^2$$

$$m = \frac{0{,}2154}{60{,}23 \times 10^{22}}\ \mathrm{g} \qquad c = 3 \times 10^{10}\ \mathrm{cm/s}$$

$$E = \frac{0{,}2154}{60{,}23 \times 10^{22}}\, 9 \times 10^{20} = \frac{1{,}9386}{60{,}23 \times 10^{2}} =$$

$$= \frac{1{,}9386}{60{,}23}\, 10^{-2}\ \mathrm{erg} = \frac{1{,}9386 \times 10^{-2}}{60{,}23}\, \frac{1}{1{,}6 \times 10^{-12}}\ \mathrm{erg} =$$

$$= \frac{1{,}9336 \times 10^{10}}{60{,}23 \times 1{,}6} = 2{,}0 \times 10^{8}\ \mathrm{eV}$$

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS DE QUIMICA

CAPITULO I

1. 25 % y 75 %.
2. 1) 12. 2) 6.
3. Si la masa atómica que tenía es M al perder dos protones y dos neutrones será ahora M — 4 y el número atómico N — 2 siendo N el que tenía.
4. Un ión es un átomo que ha tomado o cedido uno o varios electrones.
5. No son correctas la 1.ª y la 4.ª.
6. Número atómico = 14, número de masa = 28; capa K = 2 electrones, capa L = 8 electrones, capa M = 4 electrones.
7. Elementos isótopos son los que tienen el mismo número atómico y distinta masa atómica.
8. 80 % de isótopo 11, 20 % de isótopo 10.

CAPITULO II

1. **Carbono.** — Número atómico = 6. Peso atómico = 12. Protones = 6. Neutrones = 6. Electrones = 6.

   Oxígeno. — Número atómico = 8. Peso atómico = 16. Peso atómico = 16. Protones = 8. Neutrones = 8. Electrones = 8.

   Cloro. — Número atómico = 17. Peso atómico = 35. Protones = 17. Neutrones = 18. Electrones = 8.

   Calcio. — Número atómico = 20. Peso atómico = 40. Protones = 20. Neutrones = 20. Electrones = 20.

2. Su estructura electrónica es

   Carbono. — Capa K = 2 electrones. Capa L = 4 electrones.

   Oxígeno. — Capa K = 2 electrones. Capa L = 6 electrones: $1s^2 — 2s^2\ 2p^4$.

   Cloro. — Capa K = 2 electrones. Capa L = 8 electrones. Capa M = 7 electrones: $1s^2 — 2s^2 2p^6 — 3s^2\ 3p^5$

   Calcio. — Capa K = 2 electrones. Capa L = 8 electrones. Capa M = 10 electrones: $1s^2 — 2s^2\ 2p^6 — 3s^2\ 3p^6 — 4s^2$.

3. a) Electrones de valencia, son los electrones del nivel energético más externo. b) Subniveles de energía, son distintos niveles energéticos que pueden existir dentro de un nivel energético principal o capa. Los subniveles o subcapas se designan por el segundo número cuántico, o número cuántico orbital l. c) Períodos, son las agrupaciones horizontales de elementos del sistema periódico. d) Subgrupo, es una agrupación vertical de elementos del sistema periódico que tienen comportamiento químico semejante. e) Potencial de ionización, es la energía necesaria para arrancar del nivel energético más bajo un electrón de un átomo en estado gaseoso. f) Electrón-voltio, es la unidad con la que se miden los potenciales de ionización

$$1\ eV = 1{,}59 \times 10^{-19}\ C = \\ = 1{,}59 \times 10^{19}\ \text{Julios}.$$

g) Serie de los lantánidos, son

los elementos comprendidos entre el La (lantano) y el Hf (hafnio). Se les denomina también «elementos de las tierras escasas o tierras raras», por la proporción tan pequeña en que se encuentran en la corteza terrestre.

5. La ordenación en orden creciente es: Rubidio → Sodio → Litio → Xenon.
6. Si el sistema periódico se clasifica, teniendo en cuenta el número atómico, desaparecen las anomalías o inversiones.
7. Al encontrarse el At (astato) en el subgrupo VII b correspondiente a los halógenos, su último nivel de energía responderá a la expresión

$$n\,s^2\ n\,p^5$$

al igual que éstos, por lo que su molécula sería At_2 por unión covalente, exactamente igual que el cloro (Cl_2). Su combinación hidrogenada responderá a la fórmula

H At análoga a H F y H Cl

Por análogo razonamiento y a la vista del sistema periódico se deducirá que el Fr (francio) tendrá proyectadas similares a los metales alcalinos

Fr Cl al igual que Na Cl

que son compuestos típicamente iónicos o heteropolares.

CAPITULO III

1. a) 1 Å = 10^{-8} cm. b) Electrónvoltio es una unidad de energía en que se miden los potenciales ionización

$$1\ eV = 1{,}59 \times 10^{-19}\ C \times 1\ vol = 1{,}59 \times 10^{-19}\ \text{Julios}.$$

c) Electrones de valencia son los electrones del nivel de energía más externo. d) Potencial de ionización es «la energía necesaria para arrancar del estado energético más bajo un electrón de un átomo en estado gaseoso». e) Afinidad electrónica (AE), es »«la cantidad de energía liberada, cuando un átomo neutro gaseoso, capta un electrón y se transforma en un ión negativo también gaseoso. f) Electronegatividad de los, es la capacidad de los átomos para atraer electrones.

2. a) El enlace iónico se produce por atracción electrostática entre iones opuestamente cargados.

$$:\ddot{\underset{..}{Cl}}\cdot + Na^{x} \rightarrow \left[:\ddot{\underset{..}{Cl}}\,\overset{\cdot}{x}\right]^{-} + Na^{+}$$

b) El enlace covalente de dos (o más) átomos se realiza compartiendo electrones

$$:\dot{\ddot{O}}: + :\dot{\ddot{O}}: = :\ddot{O}::\ddot{O}: \rightarrow$$
$$O = O \rightarrow O_2$$

c) El enlace covalente coordinado, es un enlace covalente en el que los electrones son aportados solamente por uno de los átomos

$$H\,Cl + NH_3 \rightarrow NH_3\,Cl$$

$$:\ddot{\underset{..}{Cl}}\,x\ \ H + \underset{H}{\overset{H}{:\ddot{N}x}}\ \ H \rightarrow \left[:\ddot{\underset{..}{Cl}}\,x\right]^{-} + \left[H\ \underset{H}{\overset{H}{:\ddot{N}x}}\ \ H\right]^{+}$$

$$\rightarrow Cl^- + \left[\begin{array}{c} \quad H \\ \quad | \\ H \leftarrow N - H \\ \quad | \\ \quad H \end{array} \right]$$

3. El átomo de flúor tiene siete electrones en su nivel energético exterior, por tanto su tendencia será tomar un electrón para adquirir así configuración de gas noble.

$$F + 1\,e^- \rightarrow \left[:\ddot{\underset{\cdot\cdot}{F}}: \right]^-$$

El átomo de azufre S, tiene 6 electrones en su nivel exterior, por tanto tenderá a tomar dos electrones

$$S + 2e^- \rightarrow S^=$$

4. a) Como el bario tiene 7 electrones en su nivel más exterior tendrá tendencia a captar un electrón. A su vez como el sodio tiene solamente uno tendrá tendencia a cederlo. Por tanto el enlace entre ambos será de tipo iónico

$$:\ddot{\underset{\cdot\cdot}{Br}}\cdot + Na\cdot \rightarrow \left[:\ddot{\underset{\cdot\cdot}{Br}}: \right]^- + Na^+$$

b) En general el punto de fusión en los compuestos cuyo enlace es iónico, es bastante elevado. (Ver en el libro de texto propiedades de los compuestos iónicos).

c) Al disolverse en agua quedadarán iones libres y por tanto conducirá la corriente eléctrica.

5. Tendrá mayor volumen el átomo de sodio ya que el ión sodio, es un átomo que ha perdido un electrón y por tanto ha dejado vacío un nivel energético.

7. El enlace iónico no está dirigido, sino que cada ión, produce a su alrededor un campo eléctrico que se extiende en todas direcciones, produciendo atracciones electrostáticas, que mantienen unidos a los iones entre sí.

El enlace covalente es dirigido según determinadas direcciones del espacio. (Ver Química del Carbono).

8. Las sustancias iónicas están formadas por iones que ocupan los nudos de una red cristalina, por lo que no puede «hablarse» de moléculas inhidrolizadas, sino que todo el cristal (caso del NaCl) es una molécula gigante.

9. La molécula del etano

$$CH_3 - CH_3$$

es apolar porque además de ser eléctricamente neutra, el centro de las cargas positivas coincide con el centro de las cargas negativas.

La molécula de la metil amina

$$CH_3 - NH_2$$

por contener nitrógeno, que en la escala de electronegatividad de Pauling, ocupa el número 3, tiene más desplazados los electrones del enlace C — N, hacia este último lo que provoca un desplazamiento de los centros de las cargas positivas y negativas. Por esta razón se produce una asimetría electrónica, lo que imprime un carácter marcadamente polar a la molécula.

CAPITULO IV

1. 22,53 % de Azufre, 45,07 % de Oxígeno y 32,39 % de Sodio.
2. 30,38 % de Carbono, 40,50 % de Oxígeno, 3,79 % de Hidrógeno y 25,31 % de Calcio.
3. Li_2CO_3.
4. 1) 32,68 g. 2) 2.
5. 7 l.
6. Quedan sin reaccionar 54 g de Oxígeno.
7. 21,42 g.
8. 8,52 ml.
9. C_2NH_7 que es la etilamina $CH_3 - CH_2NH_2$.
10. 1985,69 kg.
11. 2,98 A.

CAPITULO V

1. Hay varias formas de energía que pueden asociarse a procesos químicos: calorífica, eléctrica y luminosa. — Ejemplos: a) Reacciones de combustión. b) Producción de energía eléctrica, como consecuencia de reacciones químicas (pilas y acumuladores). c) Síntesis clorofílicas, en la que se absorbe energía en forma luminosa (fotosíntesis de los hidratos de carbono).
   La forma de energía más frecuentemente asociada a los procesos químicos es la energía calorífica.
2. Si en una reacción el calor se desprende, decimos que es una reacción exotérmica. Si el calor se absorbe se dice que es endotérmica.
3. a) **Calor molar de formación,** de una sustancia es la cantidad de calor que se libera o absorbe (según que el compuesto sea de formación exotérmica o endotérmica), cuando se forma un mol de ese compuesto a partir de sus elementos.
   b) **Calor de reacción** es la cantidad de calor que se desprende o se absorbe en una reacción química cuando la reacción se verifica a presión y temperatura constante, que es el que normalmente se emplea.
   c) **Poder calorífico de un combustible** se define como «el número de kilocalorías (kcal) que suministra la combustión completa de 1 kg de combustible.
   d) Se define termodinámicamente la función entalpía como

   $H = U + PV \quad (H = \text{entalpía})$
   siendo: U = energía interna

   P = presión
   V = volumen.

   Se ha estudiado a su vez en los textos que

   $$\Delta Q = \Delta W + \Delta U$$

   Por tanto

   $$\Delta H = \Delta U + P\Delta V + V\Delta P =$$
   $$= (\Delta Q - \Delta W) + P\Delta V + V\Delta P$$
   $$\Delta H = \Delta Q + V\Delta P$$

   Si una reacción se verifica a presión constante

   $$\Delta H = \Delta Q$$

   Es decir las variaciones de entalpía vienen dadas por las variaciones de calor.
   Teniendo en cuenta que un calor es positivo cuando se absorbe y negativo cuando se desprende, se deduce que en las reacciones externas, las variaciones de entalpía son negativas.
4. 3,794 kcal/g.
5. 44,2 kcal.
6. a) La reacción es endotérmica. b) — 21,6 kcal/mol.
7. 811,6 kcal.

8. a)

$$C_4H_{10} + \frac{13}{2} O_2 \rightarrow 4CO_2 + 5H_2O + Q$$

nos dice que

$$C_{(s)} + O_{2(s)} \rightarrow CO_2 + 94{,}1 \text{ kcal}$$

$$H_{2(g)} + \frac{1}{2} O_2 \rightarrow H_2O_{(g)} + 57{,}8 \text{ kcal}$$

$$4C + 5H_2 \rightarrow 29{,}8 \text{ kcal} + C_4H_{10}$$

$$Q = 4 \times 94{,}1 \text{ kcal} + 5 \times$$
$$\times 57{,}8 \text{ kcal} - 29{,}8 \text{ kcal} =$$
$$= 635{,}6 \text{ kcal/mol}$$

que es el calor de combustión molar del butano.

b) Pm del butano $C_4H_{10} = 58$ g

$$\frac{635{,}6 \text{ kcal/mol}}{58 \text{ g/mol}} \times 7 \cdot 10^3 \text{ g} =$$
$$= 76{,}71 \cdot 10^3 \text{ kcal}$$

que son las calorías que se producen al quemar completamente 7 kg de butano.

c) Al quemarse un mol de butano se producen en condiciones normales $4 \times 22{,}4$ l $= 89{,}6$ l, por tanto al quemarse los 7 kg

$$\frac{89{,}6 \text{ l}}{58 \text{ g}} \cdot 7 \cdot 10^3 \text{ g} = 10{,}81 \cdot 10^3 \text{ l}$$

CAPITULO VI

1. **Velocidad de reacción** es «la cantidad de sustancia que se transforma por unidad de tiempo»

$$V = \frac{[A]}{t} =$$
$$= \frac{\text{n.º de moles/l transformadas}}{\text{tiempo}}$$

3. Como la velocidad de reacción viene dada por

$$\rightarrow V = K [A] [B]$$

a) Al duplicar la presión se hacen dobles las respectivas concentraciones de manera que la velocidad de reacción viene multiplicada por cuatro. b) La velocidad de reacción viene multiplicada por dos. c) Al enfriarse el recipiente, la velocidad se hace menor, pues como la energía cinética molecular depende de la temperatura, disminuye la energía necesaria para superar la energía de actuación.

tivación.

5. **Catalisis de contacto** o catalisis superficial es la que supone que el catalizador absorbe en su superficie a una de las sustancias reaccionantes, que queda en estado excitado y con mayor reactividad.

6. Por la formación del compuesto intermedio llamado complejo activado, que para su formación necesita menos energía de activación, recuperándose en definitiva el catalizador, sin pérdida de masa y estando en condiciones de seguir interviniendo en el ciclo

$$A + C \rightarrow \boxed{AC}$$

$$AC + B \rightarrow \boxed{AB}$$

complejo activado de uno de los reaccionantes con el catalizador

$\boxed{AB}$ ya es el producto final, quedando el activador [C] en condiciones de seguir interviniendo en la reacción.

7. La explicación más razonable puede ser la de catalisis superficial, ya comentada en el problema (5).

CAPITULO VII

1. **Reacción reversible** es la que transcurre en ambos sentidos.

$$N_2 + 3H_2 \Longleftrightarrow 2NH_3$$

$$3Fe + 4H_2O \Longleftrightarrow Fe_3O_4 + 4H_2O$$

Reacción irreversible es la que transcurre en un solo sentido.

$$NaCl + AgNO_3 \longrightarrow NaNO_3 + AgCl\downarrow$$
$$CaCO_3 + \text{calor} \longrightarrow CO_2 + CaO$$
(en atmósfera libre)

2. El equilibrio químico es un equilibrio dinámico, ya que al llegar a él, se recomponen tantas moléculas, como desaparecen.
3. En una reacción reversible, cuando se alcanza el equilibrio, la reacción cesa sólo aparentemente. Lo que ocurre es que se igualan las velocidades de reacción en ambas direcciones.
4. a)

$$PCl_5 + \text{calor} \Longleftrightarrow PCl_3 + Cl_2$$

$$K_c = \frac{[PCl_3]\,[Cl_2]}{[PCl_5]}$$

$$K_p = \frac{P_{PCl_3} \cdot P_{Cl_2}}{P_{PCl_5}}$$

y teniendo en cuenta $PV = RTn$, $P = CRT$

$$K_p = \frac{[PCl_3]\,RT \cdot [Cl_2] \cdot RT}{[PCl_5] \cdot RT} = K_c \cdot RT$$

b)

$$SO_2 + \frac{1}{2}O_2 \Longleftrightarrow SO_3 + \text{calor}$$

$$K_c = \frac{[SO_3]}{[SO_2] \cdot [O_2]^{1/2}}$$

$$K_p = \frac{P_{SO_3}}{P_{SO_2} \cdot P_{O_2}{}^{1/2}} = K_c\,(RT)^{-1/2}$$

5. a) Si aumenta la temperatura se favorece la reacción endotérmica, es decir, la reacción se desplazará hacia el segundo miembro. Si aumenta la presión, la reacción se desplazará hacia el primer miembro, ya que el volumen es menor.
b) Si aumenta la temperatura, al igual que antes, se favorecerá la reacción endotérmica, es decir se desplazará la reacción hacia el primer miembro.
Si aumenta la presión hacia el segundo.
6. 79,49 g.
7. 57,5 g/mol.
8. $K_c = 237 \times 10^{-3}\ l^2/mol^2$,
$K_p = 3{,}52 \times 10^{-7}\ atm^{-2}$.
9.

$$CO_{(g)} + N_2O_{(g)} \Longleftrightarrow CO_{2(g)} + N_{2(g)}$$

Si se modifica la presión, como los volúmenes en ambos miembros de la reacción, son iguales, no se verá afectada ésta.

10.

$$NaOH + H_2O \Longleftrightarrow Na^+OH^- + $$
$$+ H_3O^+OH^- + \text{calor}$$

Al calentar se favorece la reacción endotérmica, por tanto si se quiere facilitar la disolución de la sosa cáustica hay que enfriar.

11. $P_{I_2} = 0{,}11$ atm. $P_{H_2} = 0{,}11$ atm.
$P_{HI} = 0{,}52$ atm.
12. a)

$$PCl_5 \Longleftrightarrow PCl_3 + Cl_2$$

b) Por cada x moles de PCl_5 que se disocien, se formarán x moles de PCl_3 y x moles de Cl_2. El número total de moles en el momento del equilibrio será:

$$n = (2{,}5 - x) + x + x = 2{,}5 + x$$

y además

$$PV = nRT$$

$$n = \frac{15{,}68 \text{ atm} \cdot 10 \text{ l}}{0{,}082 \dfrac{\text{atm·l}}{\text{K°mol}} 543\text{°K}} =$$

$$= 3{,}521 \text{ moles}$$

$$x = 3{,}521 \text{ moles} - 2{,}5 =$$

$$1{,}021 \text{ moles}$$

por tanto el número de moles de PCl_3 es 1,021 moles; de Cl_2 1,021 moles y de PCl_5 1,48 mol.

c)

$$Kc = \frac{\dfrac{1{,}021}{10} \times \dfrac{1{,}021}{10}}{\dfrac{1{,}48}{10}} =$$

$$= 0{,}07 \text{ moles/litro}$$

CAPITULO VIII

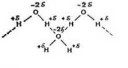
1. La energía necesaria para arrancar un electrón de un átomo neutro, en estado gaseoso, es lo que se denomina normalmente potencial de ionización (PI). Se le puede denominar PI_1 ya que se refiere al electrón más externo.

   Si se continúa el proceso, es decir, si se siguen arrancando electrones del ión unipositivo, bipositivo, etc., tendríamos sucesivos potenciales de ionización PI_2, PI_3, etc.

   Se tendría que $PI < PI_2 < PI_3$... ya que el radio efectivo de un átomo decrece, cuando se pierden electrones para formar iones positivos.

   $Li^+ + 50 \text{ eV} = Li^{++} + e^-$
   $Li^\circ + 5{,}39 \text{ eV} = Li^+ + e^-$
   $Li^{++} + 122{,}4 \text{ eV} = Li^{+++} + e^-$

   Se comprueba que $PI < PI_2 < PI_3$.
2. Tendrá punto de fusión más alto el $MgCl_2$ que el CCl_4, ya que el primero cristaliza en forma de red iónica y el segundo es un compuesto covalente, líquido, incoloro a la temperatura ordinaria que hierve a 57°C y congela a — 70,4°C.
3. Tanto el diamante como el cuarzo (SiO_2), se encuentran formando cristales, covalentes o atómicos (moléculas gigantes) cuya estructura es tridimensional estando por tanto fuertemente atraídos todos los electrones de la macromolécula.
4. Al ser el oxígeno fuertemente electronegativo, en la molécula de agua (H_2O), los electrones de los enlaces están fuertemente atraídos por él. La molécula es marcadamente dipolar. Por esta razón se establecen atracciones de tipo electrostático entre varias moléculas, formándose así una asociación molecular.



   Se forman pues unos enlaces suplementarios denominados «enlaces por puente de hidrógeno» que son los que hay que romper para que el agua pase de estado líquido a vapor.
   En el caso del H_2S (sulfuro de hidrógeno), al ser el S menos electronegativo que el O, la molécula es mucho menos polar que antes y por tanto prácticamente no se forman «enlaces por puente de hidrógeno». De aquí se deduce que la energía necesaria para que alcance el estado de gas es muchísimo

menor, razón por la cual normalmente se encuentra en estado gaseoso.

5. Las combinaciones del hidrógeno con cualquier elemento, pueden en principio denominarse «hidrinos».
   Pero en un sentido más preciso y estricto, sólo deben llamarse así las combinaciones en las que el hidrógeno sea el componente más electronegativo. En el caso del NH_3 (amoníaco) es más electronegativo el nitrógeno.
6. Los elementos del segundo período son

   Li, Be, B, C, N, O, F

   por tanto sus compuestos hidrogenados serán

   LiH, BeH_2, BH_3, CH_4, NH_3, H_2O, HF.
7. Tienen carácter iónico LiH, BeH_2, denominándose hidruro de litio e hidruro de berilio respectivamente.
   El hidruro de boro, empieza a tener un cierto carácter covalente.
   A partir del CH_4 (metano) son francamente covalentes.
8. Designando con la letra «X» el halógeno, los halogenuros tomarán la siguiente forma
   LiX, BeX_2, BX_3, CX_4, NX_3, X_2O.
   Tienen carácter iónico los halogenuros de los dos primeros elementos.
   El halogenuro del boro empieza a tener carácter covalente y a partir de éste son claramente covalentes.
9. Li_2O, BeO, B_2O_3, CO_2, NO_2, N_2O_3, N_2O_5.
   Del elemento flúor no se conoce compuesto oxigenado estable. En este elemento, el único estado de oxidación estable es — 1, es decir, F^-.
10. 1,07 g.

CAPITULO IX

1.

VIb	VIIb	O	Ia	IIa
	—	He	Li	Be
O	F	Ne	Na	Mg
S	Cl	A	K	Ca
Se	Br	Kr	Rb	Sr
Te	I	Xe	Cs	Ba
At			Fr	Ra

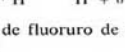
2. Si el NaCl se tiene disuelto en agua

   $$NaCl \rightleftarrows Na^+ Cl^-$$

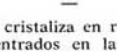
   el ión Na^+ se dirige al cátodo tomando un electrón y pasando a sodio elemento Na°. Pero como el sodio tiene una gran reactividad se produce la siguiente reacción
   $Na^\circ + H_2O \rightarrow NaOH + 1/2\ H_2$
   y por tanto en el cátodo lo que se obtiene es hidrógeno gaseoso.
3. Si los átomos que se enlazan para tomar la molécula son diferentes y la capacidad para atraer electrones de uno de ellos, es superior a la de los otros, el átomo que más fuertemente atraiga al par de electrones compartidos adquirirá una carga negativa parcial (—δ) y el otro (u otros), una positiva del mismo valor absoluto (+ δ).

   Ejemplos:

   Molécula de agua H_2O:



   Molécula de fluoruro de hidrógeno HF:



4. El NaCl cristaliza en redes cúbicas centrados en las caras, de tal modo que cada ión Cl^-

está rodeado por seis iones Na^+ y viceversa. Por tanto es incorrecto decir que un cristal de cloruro sódico está formado por moléculas de ClNa, ya que no existe la molécula individualizada, sino que todo el cristal es una macromolécula.

5. a) Cl_2 — apolar. H_2 — apolar. HCl — polar. H_2O — polar. HF — polar.

   b) Presentará enlaces por puente de hidrógeno el agua y el fluoruro de hidrógeno (HF), debido a que el oxígeno y el fluor presentan una gran electronegatividad en la escala de Pauling.

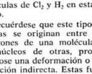
   c) Presenta más acusadas las fuerzas de Van der Waals las moléculas de Cl_2 y H_2 en estado sólido.

   Recuérdese que este tipo de fuerzas se originan entre los electrones de una molécula y los núcleos de otras, produciéndose una deformación o polarización indirecta. Estas fuerzas son de tipo electrostático, pero muy débiles y para que se originen, las moléculas tienen que estar muy próximas, es decir, en estado sólido. En el caso del yodo (sólido) al calentarlo suavemente se sublima.

6. Acido hipocloroso
   Acido perclorico

   HClO $\quad H - \overline{\underline{O}} - \overline{\underline{Cl}}|$

   $HClO_4$



En el ácido hipocloroso el número de oxidación del cloro vale +1, en el ácido preclórico vale +7. En el segundo caso el poder de atracción de los electrones por parte del átomo de cloro es mayor por lo que aumenta el carácter ácido (recordar teoría de Brönsted-Lowry).

7. 139,2 cm^3.

8. Los elementos del tercer período son

   Na, Mg, Al, Si, P, S, Cl,

   por tanto sus compuestos oxigenados son

   Na_2O, MgO, Al_2O_3, SiO_2, P_2O_5, SO_3, Cl_2O_7

9. Son de carácter francamente iónicos: el Na_2O y el MgO, dando por tanto cristales de red iónica con puntos de fusión altos. El siguiente compuesto Al_2O_3 es iónico pero con cierta tendencia a la covalencia. El SiO_2 es covalente, así como el P_2O_5, SO_3 y Cl_2O_7.

10. Los compuestos hidroxilados son

    NaOH, $Mg(OH)_2$, $Al(OH)_3$,

    $Si(OH)_4$, H_3PO_4, H_2SO_4, $HClO_4$

11. Los dos primeros son marcadamente básicos. El $Si(OH)_4$ tiene un ligero carácter ácido. Los tres últimso son francamente ácidos, quedando el $Al(OH)_3$ que tiene carácter anfótero.

12. a) Frente al ácido clorhídrico actuará como base dando la sal correspondiente y agua.

    $$Al(OH)_3 + 3HCl = AlCl_3 + 3H_2O$$

    b)

    $$Al(OH)_3 + 3NaOH = \underset{\text{aluminato sódico}}{Na_3AlO_3} + 3H_2O$$

CAPITULOS X - XI

1. a) No está formada por iones de distinto signo. b) Un cristal metálico está formado por un conjunto de iones positivos, distribuidos en unas posiciones fijas, rodeados por una especie de nube electrónica de gran movilidad, de ahí su buena conductividad eléctrica. Los iones metálicos se mantienen unidos en la red debido a la especie de «pegamiento» electrónico compuesto por electrones de valencia «deslocalizados». c) La red cristalina no forma moléculas. Todo el cristal es en conjunto una molécula gigante.
2. Un elemento es tanto más metálico, cuantos menos electrones tiene en su capa de valencia y cuanto más bajo es su potencial de ionización (PI).
3. Porque los electrones no están tan ligados como en el enlace covalente, ni se han transferido definitivamente de un átomo a otro como en el enlace iónico. Están deslocalizados y adquieren movilidad bajo la acción de un campo eléctrico.
4. Red cúbica centrada en las caras (cúbico compacto): Su índice de coordinación vale 12. Red cúbica centrada en el cuerpo: Su índice de coordinación vale 8. Red exagonal compacta: También su índice de coordinación es 12.
5. Entre el K y el Rb que tienen distinta densidad y por tanto distinto volumen, mayor volumen en el Rb que en el K, las interacciones núcleo - electrones son más débiles en el Rb que en el K y por eso su punto de fusión es más bajo.
   Entre el Ca y el Sr el volumen atómico del Sr es ligeramente mayor que el del Ca y por eso su punto de fusión es más bajo.
   Los metales alcalino - térreos como son el Ca y el Sr que poseen dos electrones de valencia más que los que corresponden a la configuración de los gases nobles, en la red estarán enlazados más fuertemente que los alcalinos por lo tanto sus puntos de fusión son notablemente más altos.
   Datos que pueden utilizarse en este problema:

	P. f. °C	P.at.	Densidad g/cc
K	63,7	39,1	0,87
Pb	38,9	85,48	1,53
Ca	845	40	1,54
Sr	757	87,63	2,6

   Volumen átomo-gramo

   $$\text{en cm}^3 = \frac{\text{Peso atómico gramo}}{\text{densidad g/cm}^3}$$

6. Sin ordenar

   Fe, Zn, K, Mg, Cu

   Ordenados de más a menos reductor

   K, Mg, Zn, Fe, Cu

   Nota. — Esto se hará a la vista de la **serie electromotriz** de los metales, pues de memoria podría dar lugar a algún error.
7. Oligisto
   Fe_2O_3 en este compuesto Fe^{+3}
   Sulfuro ferroso
   FeS en este compuesto Fe^{+2}
   Siderita
   $FeCO_3$ en este compuesto Fe^{+2}
8. a) $CuSO_4 + Fe = FeSO_4 + Cu$
   Como el Fe° tiene mayor tendencia a emitir electrones que el cobre, el ión cúprico aceptará los electrones del Fe°.

   $$Cu^{++} + Fe^{\circ} \rightarrow Cu^{\circ} + Fe^{++}$$

   depositándose el metal cobre sobre el hierro y pasando una cantidad equivalente de Fe a la disolución en forma de ión ferroso.

b) $FeSO_4 + Cu =$ no pasará nada, pues el cobre no puede desplazar al ión ferroso en una disolución de sus sales, por estar el cobre por debajo del Fe en la serie electromotriz de los metales.

9. Consiste en agregar al mineral finamente triturado, unos reactivos, que son capaces de unirse mejor a su «mena» metálica, no afectando a la «ganga». Se ayuda con la adición de aceite de pino que modifica la tensión superficial del agua, haciendo que la mena llegue a flotar, nadando por la parte superior del tanque de flotación quedando el mineral notablemente enriquecido.
10. Carbón de Coque. — Por su gran dureza, pues de lo contrario, debido a los grandes pesos que tiene que soportar, el carbón de hulla directamente se apelmazaría impidiendo la circulación de los gases en el horno alto.
11. Sinterización, es el proceso que consiste en calentar las finas partículas de mineral ya enriquecido, por debajo del punto de fusión, pero a una temperatura suficiente para la difusión de átomos superficiales de una partícula a otra con lo que llegan a unirse aumentando así su tamaño.
12. a) 9971,66 A. b) 89,29 pts.
13. 5,48 A.
14. $31^h\ 7^m\ 7^s$.

CAPITULOS XII y XIII

1. a) 2-metil-butano

$$\begin{array}{l} CH_3 - \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_3 \end{array}$$

b) Etil-pentano. A este nombre responden dos compuestos

2-etil-pentano

$$CH_3 - \underset{\displaystyle \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH_2}}}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_2 - CH_3$$

3-etil-pentano

$$CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH_2}}}{\underset{|}{CH}} - CH_2 - CH_3$$

c) 4-4-dimetil-3-etil-pentano

$$CH_3 - CH_2 - \underset{\displaystyle \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH_2}}}{\underset{|}{CH}} - \overset{\displaystyle CH_3}{\overset{|}{\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}}} - CH_3$$

2. a) 3-metil-pentano. b) 2-metil-2-penteno.
3. $CH_2 = CH - CH_3 + 9/2O_2 \rightarrow$
$\rightarrow 3CO_2 + 3H_2O$
bien
$2CH_2 = CH - CH_3 + 9O_2 \rightarrow$
$\rightarrow {}_26CO_2 + 6H_2O$
4. Un mol de butano C_4H_{10} en condiciones normales ocupa 22,4 l. Su peso molecular es 58 g/mol. Por tanto su densidad será

$$d = \frac{58\ \text{g/mol}}{22{,}4\ \text{l/mol}} = 2{,}58\ \text{g/l}$$

luego es más denso que el aire.
5. 18,571 kg.
6. 1 mol de metano y 1 mol de propano y la reacción será
$CH_4 + CH_3 - CH_2 - CH_3 +$
$+ 7O_2 \rightarrow 4CO_2 + 6H_2O$
7. Los halogenos reaccionan con los hidrocarburos de enlace

sencillo por sustitución, y con los de enlace doble y triple por adición.

8. $CH_2 = CH_2 + HCl \rightarrow$
$\rightarrow CH_3 - CH_2Cl$

La estructura electrónica del eteno es resonante entre estas tres

$\underline{CH_2^-} - CH_2^+ \Leftrightarrow CH_2 = CH_2$
$\Leftrightarrow CH_2^+ - \underline{CH_2^-}$

El ácido clorhídrico a su vez está disociado

$HCl \Leftrightarrow H^+ - CH_2^-$

Por tanto

$\underline{CH_2^-} - CH_2^+ + Cl^- \; H^+ \rightarrow$
$\rightarrow CH_3 - CH_2Cl$

9. La T.N.T. (trilita) de fórmula $C_6H_2(NO_2)_3 - CH_3$.
10. 1 723,07 l.
11. $CH_4 + Cl_2 \rightarrow ClCH_3 + HCl$.
a) De sustitución. b) Cloruro de metilo.
12. 554,54 l.
13. 65 % de etino y 35 % de eteno.
14. 58,34 % de C_2H_4 y 41,66 % de CO.

CAPITULO XIV

1. Son alcoholes primarios, secundarios o terciarios aquellos en los que el grupo funcional — OH se encuentra en carbono primario, secundario y terciario respectivamente.

Ejemplos:

$CH_3 - CH_2OH$	etanol
$CH_3 - CHOH - CH_3$	2-propanol
$CH_3 - COH(CH_3) - CH_2 - CH_3$	2-metil-2-butanol

$C_4H_{10}O$

$CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2OH$	butanol
$CH_3 - CH_2 - CHOH - CH_3$	2-butanol
$CH_3 - COH(CH_3) - CH_3$	2-metil-2-propanol
$CH_3 - CH(CH_3) - CH_2OH$	2-metil-propanol
$CH_3 - CH_2O - CH_2 - CH_3$	etoxi-etano
$CH_3O - CH_2 - CH_2 - CH_3$	metoxi-propano
$CH_3O - CH(CH_3) - CH_3$	metoxi-1-metil-etano

Los cuatro primeros entre sí, isomeria de posición. Los tres últimos entre sí de posición y entre los dos grupos de función.

3. a)

$$CH_3-CH_2-CH_2OH + O_2 \rightarrow CH_3-CH_2-C\begin{matrix}\nearrow O \\ \searrow OH\end{matrix} + H_2O$$

propanol + oxígeno $\rightarrow$ ác. propanoico + agua

b)

$$CH_3-CH_2OH + OHCH_2-CH_2-CH_3 \rightarrow$$
$$\rightarrow CH_3-CH_2O-CH_2-CH_2-CH_3 + H_2O$$

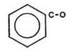
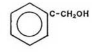
Etanol + propanol $\rightarrow$ Etoxi - propano + Agua

c)

$$CH_3OH + CH_3-C\begin{matrix}\nearrow O \\ \searrow OH\end{matrix} \Longleftrightarrow CH_3-COO-CH_3 + H_2O$$

metanol + ác. etanoico $\rightarrow$ etanoato de metilo + agua

4.

fenol  fenil-metanol 

En una reacción de esterificación el primero actuará como ácido, mientras que el segundo lo hará como alcohol primario. Esterificará mejor el segundo.

La glicerina es el propano-tri-ol

$$CH_2OH-CHOH-CH_2OH$$

5. La nitroglicerina es el ester del ácido nítrico con la glicerina

$$\begin{array}{l} CH_2-O-NO_2 \\ | \\ CH\ -O-NO_2 \\ | \\ CH_2-O-NO_2 \end{array}$$

6. 2,95 kg.

7. a)

$$R-C\begin{matrix}\nearrow O \\ \searrow OH\end{matrix}$$

b) $COOH-CH_2-CH_2-COOH$ butano dioico

$$\begin{array}{l} CH_3-CH-COOH \\ \qquad\ \ | \\ \qquad COOH \end{array}$$

2-metil-propanodioico

8.

$$\begin{array}{c} O \\ \| \\ CH_3-C-C\begin{matrix}\nearrow O \\ \searrow OH\end{matrix} \end{array} \longleftrightarrow \begin{array}{c} OH \\ | \\ CH_2=C-C\begin{matrix}\nearrow O \\ \searrow OH\end{matrix} \end{array}$$

ácido-2-ceto-propanoico forma enólica

9. Puede ser el

$$C_3H_6O_3$$

$$\begin{array}{c} OH \\ | \\ CH_3 - C^* - COOH \\ | \\ H \end{array} \qquad \alpha\text{-propanol-oico}$$

que es activo a la luz polarizada por tener carbon asimétrico*, y el

$$CH_2OH - CH_2 - C\begin{array}{l} \nearrow O \\ \searrow OH \end{array} \qquad \beta\text{-propanol-oico}$$

10. a)

$$CH_3 - CH_2 - COO - CH_3 + H_2O \Longleftrightarrow$$
$$\Longleftrightarrow CH_3 - CH_2 - COOH + CH_3OH$$
$$\text{ácido propanoico} \qquad \text{metanol}$$

b)

$$CH_3 - CH_2 - COO - CH_3 + KOH \rightarrow$$
$$\rightarrow CH_3 - CH_2 - COOK + CH_3OH$$
$$\text{propanoato potásico} \qquad \text{metanol}$$

11. Un halogenuro de alquilo se obtiene al sustituir un hidrógeno por un halógeno de un hidrocarburo saturado, o bien el grupo funcional — OH de un alcohol por un halógeno

$$CH_3 - CH_2Cl \qquad \text{cloruro de etilo}$$

Un halogenuro de acilo se obtiene por sustitución del grupo — OH, de un ácido orgánico

$$\begin{array}{c} O \\ \| \\ CH_3 - C - Cl \end{array} \qquad \text{cloruro de etanoilo}$$

12. a)

$CH_3 - CH_2 - NH_2$ etil-amina (primaria)

b)

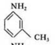
$CH_3 - CH_2 - NH - CH_3$ metil-etil-amina (secundaria)

c)

fenil-amina (aromática)

13.

orto-toluidina



meta-toluidina

para-toluidina

14.

$$CH_3 - CH_2 - NH_2 + H_2O \iff CH_3 - CH_2 - NH_3^+OH^-$$
$$NH_3 + H_2O \iff NH_4^+OH^-$$

Las aminas tienen carácter básico, al igual que el amoníaco ya que son aceptores de protones (Teoría de Brönsted-Lowry).

15. a)

$$CH_3 - \underset{\underset{\displaystyle O}{\|}}{C} - NH_2 \qquad \text{acetamida}$$

b)

$$CH_3 - CH_2 - \underset{\underset{\displaystyle O}{\|}}{C} - NH_2 \qquad \text{propanamida}$$

c)

$$NH_2 - \overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C} - NH_2 \qquad \text{urea}$$

16.

$$\underset{\text{acetonitrilo}}{CH_3 - C \equiv N} + H_2O \rightarrow \underset{\text{etanoamida}}{CH_3 - \overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C} - NH_2}$$

$$CH_3 - \overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C} - NH_2 + H_2O \rightarrow \underset{\text{etanoato amónico}}{CH_3 - \overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C} - O - NH_4}$$

17.

$$\underset{\text{urea}}{NH_2 - \overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C} - NH_2} + H_2O \rightarrow \underset{\text{carbonato amónico}}{(NH_4)_2CO_3}$$

$$(NH_4)_2CO_3 \rightarrow CO_2 + 2NH_3 + H_2O$$

Pm de la urea = 60 g
Pm del amoníaco = 17 g

Al descomponerse 1 mol de urea, se obtinen 2 × 22,4 l de amoníaco en condiciones normales, por tanto al descomponerse 10 g

$$x = \frac{2 \times 22{,}4\ l}{60\ g}\ 10\ g = 7{,}46\ l$$

18. a)

$$CH_3 - CH_2OH + O_2 \rightarrow CH_3 - C\begin{array}{l} {\!\!\nearrow\!\!^{\,O}} \\ {\!\!\searrow\!\!_{\,OH}} \end{array} + H_2O$$

etanol ác. etanoico

$$CH_3 - COOH + NH_3 \rightarrow \underset{\text{acetato amónico}}{CH_3 - COONH_4} \xrightarrow{\text{deshidrat.}}$$

$$\rightarrow \underset{\text{acetamida}}{CH_3 - CO - NH_2} + H_2O$$

b)

Pm del etanol = 46 g
Pm de la acetamida = 59 g

Con un mol de etanol se obtiene un mol de acetamida, por tanto para obtener 200 g

$$x = \frac{46}{59}\ 200 = 155{,}93 \text{ de etanol}$$

y como el rendimiento es del 70 % necesitaremos

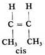
$$155{,}13 \times \frac{100}{70} = 222{,}76\ g$$

CAPITULO XV

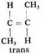
1. Luz polarizada es aquella cuya onda vibra en un solo plano.
2. Una sustancia es activa a la luz polarizada cuando produce un giro, en el plano de polarización.
3. Un compuesto racémico está formado por una mezcla equimolecular de isomero dextrogiro y levogiro. Un compuesto inactivo por naturaleza es aquel que teniendo carbonos asimétricos, no desvía la luz polarizada, debido a que la molécula tiene un plano de simetría.
4.

$$CH_3 - CH = CH - CH_3 \qquad \text{buteno}$$

Puede dar isomería cis-trans



cis

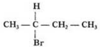


trans

5. a)

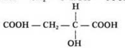
$$CH_3 - C^*HBr - CH_2 - CH_3$$

El carbono asimétrito es el indicado con *



b)

$$COOH - CH_2 - C^*HOH - COOH$$



6.

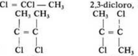
$CH_3 - CO - COOH$ ácido pirúvico propanona-oico

2,2-proprenol-oico

7.

$$C_4H_6Cl_2$$

$CH_3 - CCl = CCl - CH_3$ 2,3-dicloro, 2-buteno

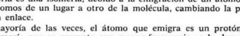


cis trans

8. Tantomería es una isomería, debido a la emigración de un átomo o grupo de átomos de un lugar a otro de la molécula, cambiando la posición de algún enlace.

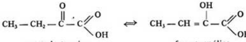
La mayoría de las veces, el átomo que emigra es un protón (H^+). La tantomería que se presenta con mayor frecuencia es la denominada cetoenólica.

9.



2-butanona 1, 2-buten-ol (forma enólica)

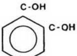
10.



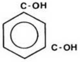
α-ceto-butanoico ⇔ forma enólica

11.

ortodifenol (pirocatequina)



metadifenol (resorcina)



paradifenol (hidroquinona)

12. a) Presentará actividad ya que tiene un carbono asimétrico. b) Tendrá el levogiro, dextrogiro y racémico por compensación.
1-fenil-2-propanol

CAPITULO XVI

1.

- Glúcidos
  - Osas
    - Glúcidos reductores no hidrolizables
      - Con función Aldehido — aldosas
      - Con función Cetona — cetosas
  - Oxidos
    - Holóxidos: Todos sus productos de hidrólisis son osas. Ejemplo: sacarosa, maltosa, almidón.
    - Heteróxidos: Por hidrólisis dan osas y otros productos que no lo son.

2. Una aldo-tetrosa, tiene actividad óptica ya que tiene carbonos asimétricos.

Ejemplo:

$$\begin{array}{ccccccc} & & O & & H & & OH & \\ & & \| & & | & & | & \\ H & - & C & - & C^{*} & - & C^{*} & - CH_2OH \\ & & & & | & & | & \\ & & & & OH & & H & \end{array}$$

Butalo-triol-al

3. Por hidrólisis del almidón en medio ácido y a ebullición.
4. La maltosa tiene poder reductor, ya que tiene grupo aldehido, mientras que la sacarosa lo tiene bloqueado.
5. El almidón procedente de la patata, del arroz o del maíz, químicamente es igual, sólo se diferencian por la forma y tamaño de sus gránulos de almacenamiento vistos al microscopio y teñidos con lupol (yodo disuelto en KI).

Gránulos de almacenamiento de

patata arroz arroz

6. a) De la patata se obtiene etanol $CH_3 - CH_2OH$ mediante los siguientes procesos.
1) Hidrólisis del almidón

$$(C_6H_{10}O_5)_n + n\ H_2O \rightarrow$$
$$\rightarrow n\ C_6H_{12}O_6$$

se realiza a ebullición y en presencia de ácidos diluidos.
2) Fermentación de la glucosa

$$C_6H_{12}O_6 \xrightarrow{fer.} 2CO_2 + 2CH_3{-}CH_2OH$$

este paso es bastante complicado en la realidad.

b) La madera, en un porcentaje muy alto es celulosa $(C_6H_{10}O_5)_m$: $m = 3\,000$.
Tratando la celulosa por ácido sulfúrico en caliente, se va hidrolizando y termina por dar glucosa, la cual, sometida a fermentación, nos proporciona el alcohol ordinario.

7. La nitrocelulosa es el ester trinítrico de la celulosa, es decir

$$[C_6H_7O_2\,(NO_2)_3]_m$$

Nitrocelulosa

esto es debido a que por cada número de la celulosa existen tres grupos OH capaces de esterificar.

Se obtiene, haciendo reaccionar pasta de celulosa con una mezcla sulfo-nítrica.

8. Las grasas son ésteres de ácidos grasos con la glicerina.

A su vez la glicerina $CH_2OH{-}CHOH{-}CH_2OH$ puede estar esterificada por el mismo ácido graso o por varios distintos.

Las grasas naturales son mezclas de ésteres producidos por las diversas combinaciones de ácidos grasos y glicerina.

9. Al hidrolizar las grasas líquidas, se rompen los dobles enlaces, quedando enlaces simples. De este modo se evita el «enrarecimiento» y se facilita el envasado y transporte ya que las grasas se hacen sólidas.

Ejemplo:

$$[CH_3 - (CH_2)_7 - CH =$$
$$= CH - (CH_2)_7 - COO]_3\,C_3H_5$$

Oleína (líquida)

$$+ H_2 \xrightarrow{cat.} [CH_3{-}(CH_2)_{16}{-}COO]_3\,C_3H_5$$

Estearina (sólida)

10. El procedimiento de averiguar la acidez de un aceite comestible es efectuando una volumetría de neutralización.

En España el índice de acidez se mide por el número de miligramos de KOH, necesarios para neutralizar los ácidos grasos libres contenidos en 1 g de aceite.

11. Las proteínas son moléculas muy complejas formadas por asociación de amino-ácidos. Por tanto siempre quedan libres grupos — COOH que le dan carácter ácido y grupos — NH_2 que le dan carácter básico.

$$\text{Alb OH}^- + H^+ \Longleftrightarrow \text{H Alb OH} \Longleftrightarrow \text{H Alb}^+ + OH^-$$

Los albuminoides (Alb) se disocian como bases en medio ácido y como ácidos en medio básico .

12. Se denomina grupo prostético de un prótido aquel grupo químico que no tiene carácter de proteína propiamente dicha.

13. Se llama «acción hidrolítica» a la ruptura por el agua, sobre los glúcidos superiores, para convertirlos en glúcidos más sencillos.

Esta acción es catalizada en algunos casos por iones hidrógeno y en otros por fermentos o enzimas específicos para cada reacción.

Ejemplo:

$$\underset{\text{Sacarosa}}{C_{12}H_{22}O_{11}} + H_2O \xrightarrow{\text{cat. H+}} \underset{\text{Glucosa}}{C_6H_{12}O_6} + \underset{\text{Fructosa}}{C_6H_{12}O_6}$$

esta hidrolisis se verifica a ebullición y en medio ácido.

$$\underset{\text{Almidón}}{(C_6H_{10}O_5)_n} + n\,H_2O \rightarrow \underset{\text{Glucosa}}{n\,C_6T_{12}O_6}$$

esta reacción puede efectuarse a ebullición y en medio ácido o bien catalizando con la enzima llamada amilasa.

14. $C_6H_{12}O_6 \xrightarrow{\text{fer.}} 2CO_2 + 2CH_3\text{—}CH_2OH$ se obtendrán 40,88 g de etanol y 19,91 l de CO_2.

15.

Alanina

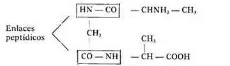
$$COOH - CHNH_2 - CH_3$$

α amino-propanoico

Glicina

$$COOH - CH_2NH_2$$

Amino-etanoico



Dialanil-glicina (tripéptido).

CAPITULO XVII

1. Cuando en una polimerización por condensación los macrómeros que se unen son distintos, el producto resultante se denomina copolimero, como es el caso de la formación de la resina sintética llamada baquelita.

2. a) Almidón, formado por la condensación de M moléculas de glucosa con pérdida de agua. b) Caucho, formado por la polimerización de M moléculas de isopreno.

3. Nylon es una resina (o plástico) del tipo poliamídico, que se obtiene por la condensación de ácidos dicarboxílicos con diamidas.

Ejemplo:

$COOH-(CH_2)_4-COOH+$
Acido adípico.
$+NH_2-CH_2\,(CH_2)_4-CH_2-HN_2$
Exahetileno-diamina

$=[-CO-(CH_2)_4-CO-NH_4-$
$-CH_2-(CH_2)_4-CH_2-NH-]_m$

4. Unidad estructural de condención. Siendo $M = 60$.

a) Si H_4 silano
b) Si H_3 — Si H_3 disilano
c) Si H_3 — Si H_2 — Si H_3 trisilano

b)
$$n\,CH_2 = \underset{}{\overset{\displaystyle H}{\overset{|}{C}}} - Cl \rightarrow \left[\begin{array}{c} H \quad H \\ -C-C- \\ H \quad Cl \end{array}\right]_n$$

comercialmente se le conoce por las siglas P.V.C., muy utilizado en botellas, envases plásticos y, sobre todo, aislantes eléctricos.

Puede observarse su total analogía con los hidrocarburos saturados. La fórmula general es $Si_n\,H_{2n+2}$

Cloro eteno (cloruro de vinilo)

5.

a)
$$CH_2 = \overset{\displaystyle H}{\overset{|}{C}} - Cl$$

Poli-cloruro de vinilo

6. a)
$$CH_2 = \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}} - COO - CH_3$$

se le conoce comercialmente cometacrilato de metilo.

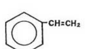
b)
$$n\,CH_2 = \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}} - COOCH_3 \rightarrow \left[\begin{array}{c} H \quad CH_3 \\ -C-C- \\ H \quad COOCH_3 \end{array}\right]_n$$

Poli-metacrilato de metilo o plexiglás

7. a) Fenil-eteno (estireno).

b)
$$n\,\begin{array}{c} H \quad H \\ C = C \\ C_6H_5 \quad H \end{array} \rightarrow \left[\begin{array}{c} H \quad H \\ -C-C- \\ C_6H_5 \quad H \end{array}\right],$$

Polilestireno.



Es un producto transparente y de alto índice de refracción. Se puede moldear a unos 160° C, por tanto es un termoplástico.

8. El caucho es un polímero natural, que se obtiene del látex, coagulado de diferentes plantas tropicales, siendo la especie más importante la hevea brasilensis (euforbiácea).

9. La vulcanización descubierta

por el norteamericano Charles Goodyear en 1839, es una operación encaminada a darle elasticidad permanente al caucho natural. Se trata el caucho natural con azufre y en caliente, con lo cual se sustituyen los enlaces entre cadenas realizados por fuerzas de Van der Waals por puentes de azufre covalentes.

$$\begin{array}{l} -CH=CH- \\ -CH=CH- \end{array} + S \rightarrow \begin{array}{c} S \\ | \\ -CH-CH- \\ | \\ S \\ | \\ -CH-CH- \\ | \\ S \end{array}$$

Caucho vulcanizado.

10. a)

$$\begin{array}{l} CH_2=C-CH=CH_2 \\ \quad\;\;\; | \\ \quad\;\; Cl \end{array}$$

2-cloro-butadieno

b)

$$nCH_2=\underset{\displaystyle Cl}{\overset{|}{C}}-CH=CH_2 \rightarrow \left[\underset{\text{neopreno}}{-CH_2-C=CH-CH_2-}\right]_n$$

Es un caucho artificial que además debido a la presencia de cloro, disminuye su combustibilidad. Se utiliza para la fabricación de tubos para transportar gasolina, ya que éstas no lo disuelven.

11. a)

$$\begin{array}{ccc} F & & F \\ | & & | \\ C & = & C \\ | & & | \\ F & & F \end{array}$$

tetra fluor-eteno

b)

$$nCF_2=CF_2 \rightarrow [\underset{\text{teflón}}{-CF-CF_2-}]_n$$

Este plástico es inerte a todo tipo de reactivos químicos. Se fabrican con él mangueras, llaves, tapones para la industria química.

SOLUCIONES A LOS PROBLEMAS PROPUESTOS DE FISICA

CAPITULO I

1. 78,1 m.
2. 1) $1^m\ 25{,}8^s$. 2) $3^m\ 20^s$.
3.
4. 1) 506,3 km/h, 80° 54′. 2) 447 km/h, 82° 43′. 3) 559,5 km/h, 84° 10′.
5. 1) $a\,b$. 2) $a\,b/2$. 3) Cero. 4) $-a\,b/2$. 5) $-a\,b$.
6. 1) Cero. 2) $a\,b/2$. 3) $a\,b$. 4) $a\,b/2$. 5) Cero.
7. 1) 11,2. 2) $\cos\alpha = 0{,}27$, $\cos\beta = 0{,}54$ $\cos\gamma = 0{,}81$.
8. 28.
9. Cero (son paralelos).
10. Su producto escalar es cero.
11. 1) $-4\,\mathbf{k}$. 2) El producto escalar es cero luego son perpendiculares. 3) En el plano XY y en la bisectriz del cuarto cuadrante.
12. 1) R. 2) $d\,\mathbf{S}/dt = R\,\omega\,(-\mathbf{i}\,\mathrm{sen}\,\omega\,t + \mathbf{j}\cos\omega\,t)$. 3) $R\,\omega$. 4) Su producto escalar es cero.

CAPITULO II

1. 1) $v = 8\,t - 3$. 2) $a = 8$ m/s² (movimiento uniformemente acelerado). 3) -3 m/s. 4) $t = 3/8$ s.
2. 1) $x = t^3 + 6\,t - 16$. 2) $a = 6\,t$. 3) 15 m/s.
3. 1) $v = t^2 + t - 2$. 2) $s = t^3/3 - t^2/2 - 2\,t$.
4. 1) $\mathbf{v} = 6\,t\,\mathbf{i} + 3\,\mathbf{k}$. 2) $\mathbf{a} = 6\,\mathbf{i}$.
5. 1) $v = A\,\omega\cos(\omega\,t + \varphi) = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$. 2) $a = -A\,\omega^2\,\mathrm{sen}\,(\omega\,t + \varphi) = -\omega^2\,x$.

CAPITULO III

1. 1) 1,9 m. 2) 0,38 s.
2. 1) 20 cm/s, 50 cm/s, 60 cm/s. 2) 20 cm. 3) 2 s. 4) 60.
3. $s = -220 - 24\,t + 4\,t^2$, $v = -24 + 8\,t$.
4. 1) $s = 16 + 40\,t - 4\,t^2$. 2) 16 m. 3) -8 m/s². 4) 5 s. 5) 116 m. 6) 100 m, 16 m, -284 m.
5. 1) 380 m. 2) $10^h\ 5^s$. 3) 87 m/s.
6. 0,745 s.
7. 15°/h.
8. 1) 824 m/h. 2) 216 km/h².
9. 5 cm/s²
10. 1) $-2\,\pi/3$ rad/s². 2) 70. 3) 40 s.
11. 1) 1 420 m. 2) 1 704 m, 1 136 m.
12. Las tres bombas se encuentran en la misma vertical. La distancia horizontal, contada desde el punto en que se lanzó la primera bomba es 1 250 m; la primera recorre un camino vertical de 396,9 m; la segunda: 176,4 m y la tercera: 44,1 m.
13. $2\,v$.
14. 1) 24 500 m, 6 125 m, 70 s, 35 s. 2) $x = 690{,}9$ m, $y = 671{,}3$ m, $v = 478{,}4$ m/s. 3) $x = 24{,}44$ km, $y = -50$ m, $v = 487$ m/s.

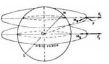
CAPITULO IV

1. 1) 68,28 kp. 2) 9,1 N/kg.
2. A 345 960 km de la Tierra.
3. 1) $59{,}62 \times 10^{23}$ kg. 2) 5,5 g/cm³.
4. 1) 73,3 m. 2) 27,8.
5. M_2/M_1.
6. 0,364.
7. $M\,(\mathrm{sen}\,\varphi + \mu\cos\varphi)$.

8. $M g(\operatorname{sen}\alpha + \mu \cos\alpha)/(\cos\beta + \mu \operatorname{sen}\beta)$.
9. 1) Si el sistema se mueve subiendo el cuerpo M_2 por el plano de ángulo φ_2 y bajando M_1 por el plano de ángulo φ_1 entonces:
$\mu = (M_1 \operatorname{sen}\varphi_1 - M_2 \operatorname{sen}\varphi_2)/(M_1 \cos\varphi_1 + M_2 \cos\varphi_2)$,
en caso contrario:
$\mu = (M_2 \operatorname{sen}\varphi_2 - M_1 \operatorname{sen}\varphi_1)/(M_1 \cos\varphi_1 + M_2 \cos\varphi_2)$.

CAPITULO V

1. 6,53 m/s³.
2. 1) 0,2 cm/s². 2) 68×10^{-4} km/h.
3. Cero.
4. 1) $500\sqrt{2}$ kg · m/s.
2) 10^3 kg·m/s. 3) 70,76 kg·m/s.
5. 1) 59 N. 2) Movimiento uniforme. 3) 6,2 m/s.
6. 44,2 cm/s.
7. 1) 14 m/s. 2) 2,85 s.
8. 1) 0,05 m/s². 2) 0,5 m/s.
9. 1) 379 g. 2) 2,046 N.
10. 1) 50 s. 2) 12,25 m.
11. 1) 127 km/h. 2) 63,5 km.
12. 1) 0,5 m/s. 2) 15 306 kp.
13. 1) 4,9 m/s. 2) 10 s.
14. 0,15 N.
15. 1) 7,35 m/s². 2) 441 m/s.
3) 13 230 m.
16. 1) 1 m/s². 2) 17,6 N.
17. 2) Si. 3) 2,55 m/s², 0,88 s; 2,2 m/s.
18. Cuando el satélite se encuentra en órbita estable la fuerza centrífuga y el peso están compensados, razón por lo que en el interior de los satélites existe «ingravidez», es decir:
$$F_c = mg,$$



El peso Mg del satélite va dirigido hacia el centro de la Tierra, y la fuerza centrífuga tiene la dirección del radio de la órbita; luego si la órbita no contiene al centro de la Tierra las dos fuerzas no estarán compensadas, y sobre el satélite actuará una fuerza F (ver figura) que hace que no se encuentre en órbita estable.
19. 2 s.
20. El hilo se rompe en la posición más baja y gira a razón de 3 vueltas por segundo.
21. 1) 180 m. 2) 8 Mg (ocho veces el peso real).
22. 1 vuelta/s.
23. 10 m/s.
24. $19\,464 \times 10^{26}$ kg.
25. 59,26 N/kg.
26. 1) Movimiento uniformemente acelerado angular. 2) 0,5 kp · m $= 0{,}5 \times 9{,}8$ N · m. 3) 10π rad.
4) $0{,}2\,\pi$ rad/s², 2π rad/s.
27. 1) 40 rad/s². 2) $\pi/2$ s. 3) $2{,}5\,\pi$.
28. 1) 0,06 kp · m. 2) 413 rad/s², 0,4 m/s². 3) 0,612 kp · m.
4) 3,27 rad/s².
29. 1 s.
30. 1) $4{,}16\,\pi$ N. 2) $0{,}26\,\pi$ m/s², $3{,}2\,\pi^2$ m/s². 3) 8 s.

CAPITULO VI

1. 707 kgm.
2. 9,8 N.
3. 800 m/s.
4. 1) 18,75 kp. 2) 7 kgm. 3) 23,55 m/s. 4) 0,64 s. 5) 15,2 m.
5. 1) 5 s. 2) 3,5 g. 3) 4 cm/s².
6. 1) 30 dyn. 2) 6 cm/s². 3) 75 cm.
7. 1) 2 500 kp. 2) 104 540 kp.
3) 7 500 kp.
8. 1) 244 J. 2) 9 s. 3) $\pi/2$ N.
4) 27,1 W.
9. 1) $128\,\pi^2$ J. 2) $1{,}6\,\pi$ s. 3) $1{,}6\,\pi$.

CAPITULO VII

1. 4 m.
2. 1) 42,2 J. 2) 25 m/s (independiente del ángulo de lanzamiento.

3. $\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$.
4. 1) 10 m/s. 2) $\sqrt{2}$ s. 3) 17 m/s.
5. 1) 27 000 m/s². 2) $3{,}3 \times 10^{-2}$ s. 3) 945×10^4 N. 4) 136,5 kp/cm². 5) $144{,}64 \times 10^5$ kgm, 52,07 kgm. 6) 26 448 m.
6. 1) 0,46 m/s². 2) $\operatorname{tg} \varphi = 0{,}047$. 3) 1 968 kp.
7) 1) 25/36 m/s². 2) 92 782 kgm. 3) 51,5 CV. 4) 5 385 m, 107 s.
8. 1) 3,2 m/s. 2) 2,5 s. 3) 8 m/s.
9. 1) 1,9 m. 2) 0,03 kgm. 3) 0,09 kgm.
10. 1) 10,7 m/s. 2) 1,9 s. 3) 9 m/s.
11. 1) 66 kp. 2) 93 kp. 3) 16 034 kgm. 4) 21,37 CV.
12. 1) 117,1 J. 2) 3,97 kp.
13. 1) 7,7 m/s. 2) 5,4 m/s.
   3) $v = \sqrt{3\,g\,l\,(1 - \cos\varphi)}$,
   $\alpha = 3\,g \operatorname{sen}\varphi / 2\,l$,
   $a_\tau = 3\,g \operatorname{sen}\varphi/2$,
   $a_n = 3\,g\,(1 - \cos\varphi)$,
   $a = 3\,g \sqrt{[\operatorname{sen}^2\varphi + (1 - \cos\varphi)^2]/4}$.
14. 1) 10,42 m/s. 2) 5 102 kp.
15. 2 kg.
16. 0,6 m/s.
17. v.
18. 1) — 12,5 cm/s, 2,5 cm/s. 2) 2,5 m/s, 7,5 cm/s. 3) a) 1,25 cm/s. b) 421,875 erg. c) En calor y en energía de deformación.

CAPITULO VIII

1. 1) $40\,\pi$ cm/s. 2) $-800\,\pi$ cm/s². 3) $20\,\pi\sqrt{3}$ cm/s. 4) $-400\,\pi^2$ cm/s².
2. 1) 5. 2) $x = 5 \operatorname{sen} \pi (8\,t + 0{,}2)$.
3. 65 cm.
4. 1) $x = 5 \operatorname{sen} \pi\,t$. 2) $F = -10\,\pi^2 x$. 3) Cero. 4) Cero.
5. 1) $20\,\pi$ cm/s. 2) $-80\,\pi^2$ cm/s². 3) $320\,\pi^2$ dyn/cm.
6. 1) 720×10^2 cm/s². 2) 360 kp. 3) $6\,\pi$ m/s.
7. 1) $5\,\pi$ cm/s, Cero. 2) Cero, $5\,\pi^2$ cm/s². 3) $500\,\pi^2$ dyn.
8. 1) 2,5 vibraciones/s. 2) Cero, $72\,\pi^2$ cm/s², $15 \times 10^4\,\pi^2$ dyn.
9. 1) 12 m. 2) 980 cm/s².
10. 25 m.
11. Se adelanta 225 s.
12. 1) 0,131 J. 2) 1,62 m/s. 3) 0,131 J. 4) 20 s.
13. 1) $2\sqrt{2}$ s. 2) 2 m.
14. 1) 1,63 s. 2) 2/3 m. 3) 2 m/s.

CAPITULO IX

1. 16,5 m, 0,0165 m.
2. 150 kilciclos/s, 500 kilociclos/s.
3. 200 m.
4. $\lambda\, v = \mathrm{ct^e}$.
5. $d_1 - d_2 = 3{,}4$ m $= \lambda$ cumpliéndose la condición de máximo de intensidad en las interferencias, por tanto, en P se registrará sonido.

CAPITULO X

1. 10^{-2} C.
2. 3 kg.
3. 1 m.
4. $1{,}6 \times 10^{36}$.
5. 1) $924{,}4 \times 10^{-9}$ C. 2) $57\,775 \times 10^8$. 3) $0{,}802 \times 10^{-17}$ N.

CAPITULO XI

1. -) 0,366 m. 2) — 1,336 m (Izquierda de A).
2. 1) $\mathbf{E} = -0{,}27\,\mathbf{i} + 16{,}32\,\mathbf{j}$. 2) $\mathbf{E} = -13\,\mathbf{i} - 20\,\mathbf{j}$. 3) $\mathbf{E} = -127{,}28\,\mathbf{i} + 381{,}83\,\mathbf{j}$. 4) $\mathbf{E} = 3{,}37\,\mathbf{i} + 7{,}33\,\mathbf{j}$.
3. 1) 3 m. 2) 0,2 μC.
4. 1) $1\,875 \times 10^4$ m/s. 2) 10^3 eV.

5. 1) 10^{16} m/s². 2) $2{,}23 \times 10^7$ m/s. 3) 1 500 e V. 4) $2{,}24 \times 10^{-9}$ s.
6. 1)

$$x = v_0\, t \cos \varphi$$

$$y = v_0\, t \operatorname{sen} \varphi - \frac{E\,Q}{2\,m}\, t^2$$

$$v_x = v_0 \cos \varphi$$

$$v_y = v_0 \operatorname{sen} \varphi - \frac{E\,Q}{m}\, t$$

$$a_x = 0$$

$$a_y = -\frac{E\,Q}{m}.$$

2) $y = x \operatorname{tg} \varphi - \dfrac{E\,Q}{2\,m\,v_0^2 \cos \varphi}\, x^2.$

3) $x_M = \dfrac{m\,v_0^2 \operatorname{sen} 2\,\varphi}{E\,Q}.$

4) $h_M = \dfrac{m\,v_0^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}{2\,E\,Q}.$

7. 1) 1/3 μ F. 2) La carga para los tres condensadores en serie es 100 μ C y la tensión entre las armaduras de cada uno de estos 100 V, siendo su energía 5×10^{-3} J. Para el condensador en paralelo: 300 μ C, 300 V, 6×10^{-2} J. La energía del conjunto es: 6×10^{-2} J.
9. La carga, el potencial y la energía de cada uno de ellos es la misma: 600 μ C, 150 V, $112{,}5 \times 10^{-4}$ J. La energía de la asociación es: 450×10^{-4} J.

CAPITULO XII

1. 1) $10^{-10}/9$ F. 2) 9×10^4 V. 3) $4{,}5 \times 10^{-2}$ J. 4) $10^{-4}/4\,\pi$ C/m².
2. 1) 15×10^4 V, 10^5 V. 2) 12×10^4 V 3) 0,8 μ C, 1,2 μ C, 0,2 μ C (de la 1.ª a la 2.ª).
3. 1 356,4 V.
4. 0,1 μ F, 0,9 μ F.
5. 1/3 μ F.
6. 1) 2,5 μ C, 7,5 μ C. 2) 2 500 V. 3) 15 (aproximadamente).
7. 1) 450 V. 2) $4{,}5 \times 10^{-4}$ C, $13{,}5 \times 10^{-4}$ C. 3) 0,405 J.

CAPITULO XIII

1. 1) 28/3 Ω. 2) 24 V. 3) 8 V.
2. 1) 2,44 A, 4,06 A, 2,03 A. 2) 12,2 V, 3) 42,8 W.
3. Cortando 2 m a la resistencia que tenemos.
4. 1) 2,5 A. 2) 88 V. 3) 8,8 Ω.
5. 1) 36 734, 7 kgm. 2) 30 V. 3) 3ʰ 20ᵐ. 4) 7,2 cal.
6. 1) 150 μ C. 2) $7{,}5 \times 10^{-4}$ J.
7. 1) 10,4 Ω. 2) 4,8 A. 3) 49,28 V. 4) 48 V. 5) 236,16 W. 6) 5,76 W. 7) 230,4 W.
8. 1) 0,33 Ω. 2) 1 cm². 3) 0,86.
9. 1) 2,76 A. 2) 166,44 V. 3) 0,166 Ω. 4) 0,14 CV, 219,48 V.
10. 1,62 J.
11. 1) 13 Ω. 2) 0,125 A. 3) En el primer caso 6 V y en el segundo 1,5 V.
12. 1) 4 Ω. 2) 0,15 Ω. 3) 1,4 A. 4) 5,6 V.
13. 1) 17/3 Ω. 2) 200/3 V. 3) 333,3 W.
14. 1) 10/3 A, 5/2 A, 35/6 A. 2) 5/4 A
15. 16,66 Ω.

I N D I C E

QUIMICA

FISICA